

Департамент образования Администрации города Екатеринбурга
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
гимназия №9

Разработка настольной игры по геометрии

Исполнитель:
Метелькова Маргарита
Викторовна,
учитель математики ВКК

Екатеринбург, 2024 г.

Введение

С каждым годом появляется всё больше учеников, получающих неудовлетворительный результат по итогам сдачи экзамена по математике по окончании 9 класса. Также участникам экзамена необходимо набрать определённое количество баллов по геометрии, чтобы получить отметку выше отметки «2», поэтому невыполненные задания по геометрии являются основной причиной, по которой ученики получают неудовлетворительные отметки за весь экзамен. На мой взгляд, настольная игра сможет помочь ученикам среднего звена улучшить или закрепить свои знания и увеличить количество практики в решении экзаменационных задач. Также формат игры сделает процесс обучения более приятным и интересным, что отразится на качестве запоминания нового материала.

Создание и воплощение идеи игры

Основой моей игры стали темы школьного курса геометрии, которые изучаются школьниками с седьмого по девятый класс. Также очень важным условием было включить в игру как теоретические, так и практические вопросы для лучшей отработки материала.

Процесс создания игры разделился на несколько этапов. Первым из них был выбор необходимых тем и теории, которые должны быть включены в игру. При этом учитывалась последовательность тем в учебнике, который используется для изучения геометрии в моем образовательном учреждении. В конце этого этапа мною были созданы карточки с теоретическими заданиями, которых получилось 148 (**приложение 1**), а также ответы к ним (**приложение 2**).

Следующим этапом стал подбор практических заданий, соответствующих теоретическим вопросам. В этой части работы было важно учесть сложность заданий, чтобы они были не сильно лёгкими, но при этом сохранялась динамика игры, то есть участникам не приходилось тратить много времени на одну задачу. Поэтому задания экзаменационного

типа были взяты только из тестовой части, так как они не требуют большого количества времени на их выполнение, но позволяют отработать все теоретические вопросы на практике. К концу выполнения этого шага работы был сделан набор карточек с задачами, которых так же получилось 148 (**приложение 3**), и ответы к ним (**приложение 4**).

Наиболее трудным стал этап оформления настольной игры. Необходимо было распечатать и приклеить на цветную основу каждую карточку, распечатать ответы, подготовить игральный кубик с необходимым цветами и сделать коробку для хранения настольной игры. Также на этом этапе были написаны правила игры.

Описание игры

Настольная игра по геометрии укомплектована в специально созданную коробку. Содержимое коробки включает в себя:

1. Правила игры (**приложение 5**)

Чтобы участникам игры не приходилось тратить много времени на попытки разобраться в правилах, они сделаны максимально лёгкими для понимания. Участникам игры будет предложен игральный кубик, результат броска которого определит, какое задание будет выполнять участник: теоретическое или практическое. Правильный ответ на вопрос приносит участнику 1 балл. Все баллы суммируются, и в конце игры побеждает тот, кто сумел набрать наибольшее количество баллов.

2. 148 карточек с теоретическими вопросами (**приложение 1**)

3. 148 карточек с задачами (практическими заданиями) (**приложение 3**)

Для удобства на обратной стороне каждой карточки написана цифра (7, 8 или 9), обозначающая класс, к которому относится тема данного вопроса. С помощью этого перед началом игры можно выбрать конкретные

необходимые карточки, чтобы не сталкиваться с ещё не изученными темами в ходе игры.

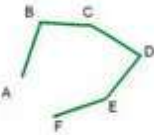
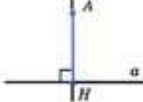
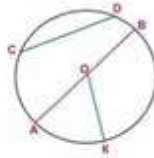
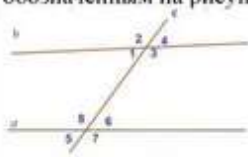
4. Игральный кубик с необходимыми обозначениями

5. Ответы к заданиям (**приложение 2 и 4**)

В правом нижнем углу каждой карточки указан номер задания, с помощью чего можно просто найти ответ на него для проверки.

Приложение 1

Теоретические задания

Благодаря какому свойству можно обозначить прямую на плоскости двумя точками?	Какие углы называются смежными? Назовите свойство смежных углов	Какие углы называются вертикальными? Назовите свойство вертикальных углов	Какие прямые называются перпендикулярными?
Как называется данная геометрическая фигура?  Назовите элементы данной фигуры	Назовите первый признак равенства треугольников	Назовите второй признак равенства треугольников	Назовите третий признак равенства треугольников
Назовите два свойства равных треугольников	Какой треугольник называют равнобедренным? Дайте название элементам такого треугольника	Назовите два свойства равнобедренного треугольника	Как называются отрезок АН и точка Н? 
Дайте определение медианы треугольника	Дайте определение биссектрисы треугольника	Дайте определение высоты треугольника	Какая геометрическая фигура называется окружностью? Как называется часть плоскости, ограниченная окружностью?
Дайте название точке О, отрезкам ОК, АВ, DC 	Какие прямые называются параллельными?	Дайте названия углам, обозначенным на рисунке 	Назовите три признака параллельности двух прямых
Назовите аксиому параллельных прямых	Назовите два следствия из аксиомы параллельных прямых	Сформулируйте три теоремы об углах, образованных параллельными прямыми и секущей	Сформулируйте теорему об углах с соответственно параллельными сторонами
Сформулируйте теорему об углах с соответственно перпендикулярными сторонами	Чему равна сумма углов треугольника? Как найти величину внешнего угла треугольника?	Дайте определение остроугольному, тупоугольному и прямоугольному треугольникам	Сформулируйте теорему о соотношении между сторонами и углами треугольника

Сформулируйте два следствия из теоремы о соотношении между сторонами и углами треугольника	Сформулируйте неравенство треугольника и следствие из него	Назовите четыре свойства прямоугольного треугольника, которые следуют из теоремы о сумме углов треугольника	Назовите два признака прямоугольного треугольника, которые следуют из теоремы о сумме углов треугольника
Назовите первый признак равенства прямоугольных треугольников	Назовите второй признак равенства прямоугольных треугольников	Назовите третий признак равенства прямоугольных треугольников	Назовите четвертый признак равенства прямоугольных треугольников
Дайте название отрезкам АН, АМ и МН. Что называют расстоянием от точки до прямой? 	Сформулируйте теорему о расстоянии между параллельными прямыми	Дайте определения понятиям многоугольник и диагональ	Какой многоугольник называют выпуклым?
Чему равна сумма углов выпуклого n-угольника? Чему равна сумма внешних углов выпуклого n-угольника?	Дайте определение понятиям параллелограмм и трапеция	Назовите четыре свойства параллелограмма	Назовите три признака параллелограмма
Какая трапеция является равнобедренной? Какая трапеция называется прямоугольной?	Назовите по два признака и свойства равнобедренной трапеции	Сформулируйте теорему Фалеса	Дайте определение понятиям прямоугольник, ромб и квадрат
Назовите три свойства прямоугольника	Назовите четыре свойства ромба	Назовите пять свойств квадрата	Назовите три свойства площади
Сформулируйте теорему нахождения площади прямоугольника	Сформулируйте теорему нахождения площади параллелограмма	Сформулируйте теорему нахождения площади квадрата	Сформулируйте четыре следствия из теоремы о площади треугольника

Сформулируйте теорему, обратную теореме о свойстве касательной	Как называется угол, вершина которого лежит в центре окружности? Угол, вершина которого лежит на дуге окружности?	Чему равны центральный и вписанный в окружность углы?	Назовите два следствия из теоремы о вписанном угле
Сформулируйте теорему о произведении отрезков пересекающихся хорд	Сформулируйте теорему об угле между касательной и хордой	Сформулируйте теорему о квадрате касательной	Сформулируйте теорему о точках, лежащих на биссектрисе угла
Назовите два следствия из теоремы о свойстве биссектрисы угла	Что называют серединным перпендикуляром к отрезку?	Сформулируйте теорему о точках, лежащих на серединном перпендикуляре к отрезку	Назовите два следствия из теоремы о свойствах серединного перпендикуляра к отрезку
Дайте определения понятиям вписанная и описанная окружность, вписанный и описанный многоугольник	В какой треугольник можно вписать окружность? Около какого треугольника можно описать окружность?	Чему равна площадь любого описанного n -угольника?	Каким свойством обладает любой вписанный и четырехугольник? Любой описанный четырехугольник?
Где лежат центры вписанной и описанной около треугольника окружностей?	Где лежит центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника? Чему равен ее радиус?	Какие параллелограммы могут являться вписанными и описанными?	Какие трапеции могут являться вписанными и описанными?
Какие величины называются векторными?	Дайте определение направленному отрезку (вектору)	Что называют нулевым вектором?	Что является длиной вектора? Чему равна длина нулевого вектора?
Какие векторы называют коллинеарными? Какие векторы называют сонаправленными и противоположно направленными?	Дайте определение равным векторам	Какие правила существуют для нахождения суммы двух векторов? Нескольких векторов?	Что называется разностью векторов? Сформулируйте теорему о разности двух векторов

Сформулируйте теорему о соотношении площадей треугольников, имеющих равные углы	Сформулируйте теорему нахождения площади трапеции и следствие о площади равнобедренной трапеции	Сформулируйте теорему Пифагора	Сформулируйте теорему, обратную теореме Пифагора
По какой формуле можно найти площадь равностороннего треугольника?	Сформулируйте теорему Герона	Какие отрезки называют пропорциональными?	Дайте определение понятиям подобные треугольники, сходственные стороны и коэффициент подобия
Сформулируйте теоремы об отношении площадей, периметров подобных треугольников	Сформулируйте теорему об отношении высот подобных треугольников, проведенных к сходственным сторонам	Назовите первый признак подобия треугольников	Назовите второй признак подобия треугольников
Назовите третий признак подобия треугольников	Дайте определение средней линии треугольника	Назовите два свойства средней линии треугольника	Сформулируйте свойство биссектрисы треугольника
Сформулируйте два свойства медианы треугольника	Сформулируйте теорему нахождения высоты прямоугольного треугольника через проекции катетов на гипотенузу	Сформулируйте теорему нахождения катета прямоугольного треугольника через его проекцию на гипотенузу	Что называют синусом острого угла прямоугольного треугольника?
Что называют косинусом острого угла прямоугольного треугольника?	Что называют тангенсом острого угла прямоугольного треугольника?	Как найти тангенс, зная синус и косинус этого угла?	Сформулируйте основное тригонометрическое тождество
Чему равны синусы и косинусы углов со значениями 30° , 60° , 45° ?	Чему равны тангенсы углов со значениями 30° , 60° , 45° ?	Что называют касательной к окружности? Чему равен угол между касательной и радиусом, проведенным в точку касания?	Сформулируйте свойство отрезков касательных, проведенных из одной точки

Что называют произведением вектора на число? Назовите два следствия из этого определения	Какими тремя основными свойствами обладает умножение вектора на число?	Дайте определение средней линии трапеции. Сформулируйте теорему о средней линии трапеции	Сформулируйте лемму о коллинеарных векторах
Сформулируйте теорему о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам	Дайте определение координатным векторам и координатам вектора	Сформулируйте три правила нахождения суммы, разности и произведения вектора на число по его координатам	Как найти координаты вектора через координаты его начала и конца?
Чему равны координаты середины отрезка?	Как вычислить длину вектора по его координатам?	Как найти расстояние между двумя точками через их координаты?	Чем являются синус и косинус любого угла α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$)?
Что для угла α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) называется тангенсом ($\alpha \neq 90^\circ$) и котангенсом?	Назовите четыре основные формулы приведения: для $\sin(90^\circ - \alpha)$, $\cos(90^\circ - \alpha)$, $\sin(180^\circ - \alpha)$, $\cos(180^\circ - \alpha)$	Как найти площадь треугольника через синус угла между его сторонами?	Сформулируйте теорему синусов
Сформулируйте теорему косинусов	Что называется решением треугольника?	Что называется скалярным произведением векторов? Когда скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю?	Что называется скалярным квадратом вектора? Чему равен скалярный квадрат вектора?
Как вычислить скалярное произведение векторов, зная их координаты?	Какими четырьмя основными свойствами обладает скалярное произведение векторов?	Какой многоугольник называется правильным?	Сформулируйте теорему об окружности, описанной вокруг правильного многоугольника
Сформулируйте теорему об окружности, вписанной в правильный многоугольник	Сформулируйте два следствия из теорем о вписанной в правильный многоугольник и описанной вокруг него окружностях	Как найти сторону правильного треугольника/ четырехугольника/ шестиугольника, зная радиус, описанной вокруг него окружности?	Как найти радиус вписанной в правильный треугольник окружности, зная радиус описанной около него окружности?

Как найти высоту правильного треугольника, зная его сторону?	Как найти радиус описанной вокруг правильного треугольника окружности по теореме синусов?	Как найти радиус вписанной в квадрат окружности, зная сторону квадрата?	Чему равна длина окружности радиуса R ?
Чему равна площадь круга радиуса R ?	Что называется круговым сектором? Что является дугой сектора?	Чему равна площадь кругового сектора радиуса R , ограниченного дугой градусной меры α ?	Что называется круговым сегментом?

Приложение 2

Ответы к теоретическим заданиям

7 класс

1. Через любые две точки плоскости можно провести прямую, и притом только одну
2. Смежные углы – два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжением одна другой

Свойство: сумма смежных углов равна 180° .

3. Вертикальными углами называются два угла, если стороны одного из них являются продолжением сторон другого.

Свойство: вертикальные углы равны.

4. Перпендикулярные прямые – прямые, при пересечении которых образуется 4 прямых угла.
5. Фигура – ломанная

Элементы: A, B, C, D, E, F – вершины

AB, BC, CD, DE, EF – звенья

6. Первый признак равенства треугольников: если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.
7. Второй признак равенства треугольников: если сторона и два прилежащих угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
8. Третий признак равенства треугольников: если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
9. Если два треугольника равны, то элементы одного треугольника соответственно равны элементам другого треугольника.

В равных треугольниках против соответственно равных сторон лежат равные углы.

10. Равнобедренный треугольник — треугольник, у которого две стороны равны. Эти стороны называются боковыми, а третья — основанием.
11. Биссектриса, медиана и высота, проведенные к основанию равнобедренного треугольника, совпадают.

Углы при основании равнобедренного треугольника равны: $\angle A = \angle C$

12. АН – перпендикуляр из точки А к прямой а, Н – основание перпендикуляра
13. Медиана треугольника – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.
14. Биссектриса треугольника – отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны.
15. Высота треугольника – перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону.

16. Окружность – геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.

Часть плоскости, ограниченная окружностью – круг.

17. Точка O – центр окружности, OK – радиус окружности, AB – диаметр окружности, CD – хорда.

18. Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

19. Углы 1 и 6, 3 и 8 – накрест лежащие

Углы 1 и 8, 3 и 6 – односторонние

Углы 1 и 5, 2 и 8, 4 и 6, 3 и 7 – соответственные

20. 1) Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

2) Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

3) Если при пересечении двух прямых секущей сумма соответственных углов равна 180° , то прямые параллельны.

21. Аксиома параллельных прямых: через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

22. 1) Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую

2) Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны

23. 1) Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.

2) Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны.

3) Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180° .

24. Если стороны одного угла соответственно параллельны сторонам другого угла, то такие углы равны или в сумме составляют 180° .

25. Если стороны одного угла соответственно перпендикулярны сторонам другого угла, то такие углы равны или в сумме составляют 180° .

26. Сумма углов треугольника равна 180° ($\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$)

Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним:
 $\angle BCD = \angle A + \angle B$.

27. Треугольник называется остроугольным, если все три угла треугольника острые.

Треугольник называется тупоугольным, если один из углов треугольника тупой.

Треугольник называется прямоугольным, если один из углов треугольника прямой.

28. В треугольнике против большей стороны лежит больший угол (против большего угла лежит большая сторона)

29. 1) В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета

2) Если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный

30. Неравенство треугольника: каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон

Следствие: для любых трех точек А, В и С, не лежащих на одной прямой, справедливы неравенства: $AB < AC+BC$, $AC < AB+BC$, $BC < AB+AC$

31. 1) Сумма двух острых углов треугольника равна 90° .
2) Катет, лежащий против угла в 30° равен половине гипотенузы.
3) Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета равен 30° .
4) Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна половине гипотенузы.
32. 1) Если в треугольнике сумма двух углов равно 9, то это треугольник прямоугольный
2) Если в треугольнике медиана равна половине стороны, к которой она проведена, то этот треугольник прямоугольный.
33. Если катеты одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого, то такие треугольники равны.
34. Если катет и прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого, то такие треугольники равны.
35. Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого, то такие треугольники равны.
36. Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого, то такие треугольники равны.
37. АН – перпендикуляр, проведенный из точки А к прямой а, АМ – наклонная, МН – проекция наклонной.
Расстоянием от точки до прямой называется перпендикуляр, проведенный из этой точки к данной прямой.
38. Все точки каждой из двух параллельных прямых равноудалены от другой прямой.

8 класс

39. Многоугольник – замкнутая ломанная, несмежные звенья которой не имеют общих точек.
Диагональ – отрезок, соединяющий несоседние вершины многоугольника.
40. Выпуклый многоугольник – многоугольник, который лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две соседние вершины.
41. Сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n-2) \cdot 180^\circ$.
Сумма внешних углов выпуклого n-угольника равна 360° .
42. Параллелограмм – четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.
Трапеция – четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие – непараллельны.
43. 1) В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне равна 180° .
2) Биссектриса угла параллелограмма «отсекает» равнобедренный треугольник
3) В параллелограмме противоположные стороны и углы равны
4) Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам

44. 1) Если две противоположных стороны четырехугольника равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм
 2) Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм
 3) Если в четырехугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам, то такой четырехугольник – параллелограмм
45. Равнобедренная трапеция – трапеция, у которой равны боковые стороны.
 Прямоугольная трапеция – трапеция, один из углов которой прямой.
46. Признаки равнобедренной трапеции: 1) Если углы при основании трапеции равны, то трапеция равнобедренная; 2) Если диагонали трапеции равны, то эта трапеция равнобедренная
- Свойства равнобедренной трапеции: 1) Углы при основании равнобедренной трапеции равны; 2) Диагонали равнобедренной трапеции равны
47. Теорема Фалеса: если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.
48. Прямоугольник – параллелограмм, у которого все углы равны 90° .
 Ромб – параллелограмм, у которого все стороны равны.
 Квадрат – 1) прямоугольник, у которого все стороны равны; 2) ромб, у которого все углы прямые
49. 1) Противоположные стороны прямоугольника равны
 2) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам
 3) Диагонали прямоугольника равны между собой
50. 1) Противоположные углы ромба равны
 2) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам
 3) Диагонали ромба взаимно перпендикулярны
 4) Диагонали ромба – биссектрисы его углов
51. 1) Противоположные углы квадрата равны
 2) Диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам
 3) Диагонали квадрата равны между собой
 4) Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны
 5) Диагонали квадрата – биссектрисы его углов
52. 1) Равные многоугольники имеют равные площади
 2) Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников
 3) Площадь квадрата равна квадрату его стороны
53. Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.
54. Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.
55. Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.
56. 1) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов
 2) В прямоугольном треугольнике высота, проведенная к гипотенузе равна произведению катетов, деленному на гипотенузу
 3) Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей

- 4) Если высоты треугольника равны, то их площади относятся как их основания
57. Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведение сторон, заключающих равные углы.
58. Площадь трапеции равна половине произведения суммы оснований на высоту.
Площадь равнобедренной трапеции равна квадрату ее высоты
59. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.
60. Если в треугольнике квадрат одной стороны равен сумме квадратов двух других сторон, то этот треугольник прямоугольный.
61. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, где a – длина стороны.
62. Площадь треугольника равна $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где p – полупериметр треугольника, a, b, c – длины сторон.
63. Отрезки называют пропорциональными, если их отношения равны (отрезки AB и BC пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1 , если $\frac{AB}{CD} = \frac{A_1B_1}{C_1D_1}$)
64. Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого треугольника.
Сходственные стороны – стороны, лежащие против равных углов.
Коэффициент подобия – отношения сходственных сторон.
65. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.
Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
66. Отношение высот подобных треугольников, проведенных к сходственным сторонам, равно коэффициенту подобия.
67. Первый признак подобия треугольников: если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.
68. Второй признак подобия треугольников: если две стороны одного треугольника соответственно пропорциональны двум сторонам другого, и углы между ними равны, то такие треугольники подобны.
69. Третий признак подобия треугольников: если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
70. Средняя линия треугольника – отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника.
71. 1) Средняя линия треугольника параллельна третьей стороне
2) Средняя линия треугольника равна половине третьей стороны
72. Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам.
73. 1) Медианы треугольника точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины
2) Медианы треугольника делят его на 6 равновеликих
74. Высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна среднему пропорциональному (среднему геометрическому) для проекции катетов на гипотенузу.

75. Катет прямоугольного треугольника равен среднему пропорциональному (среднему геометрическому) для гипотенузы и проекции этого катета на гипотенузу.
76. Синус острого угла прямоугольного треугольника – это отношение катета противолежащего к гипотенузе.
77. Косинус острого угла прямоугольного треугольника – это отношение катета прилежащего к гипотенузе.
78. Тангенс острого угла прямоугольного треугольника – это отношение катета противолежащего к прилежащему.
79. Тангенс угла равен отношению синуса к косинусу этого угла.
80. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
81. $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$; $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
82. $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$, $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$
83. Касательная – прямая, имеющая только одну общую точку с окружностью.
Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.
84. Отрезки касательных к окружности, проведенных из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.
85. Если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна к нему, то она является касательной.
86. Центральный угол – угол, вершина которого лежит в центре окружности.
Вписанный угол – угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают эту окружность.
87. Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается.
Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.
88. 1) Вписанный угол, опирающийся на диаметр, равен 90°
2) Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны
89. Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой.
90. Угол между касательной и хордой, проведенной в точку касания, равен половине дуги, заключенной между ними.
91. Если из точки вне окружности проведены касательная и секущая, то квадрат касательной равен произведению всей секущей на ее внешнюю часть.
92. Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от его стороны (каждая точка, лежащая внутри угла и равноудаленная от сторон угла, лежит на его биссектрисе).
93. 1) Геометрическим местом точек плоскости, лежащих внутри неразвернутого угла и равноудаленных от сторон угла является биссектриса этого угла
2) Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке
94. Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, проходящая через середину данного отрезка и перпендикулярная к нему.
95. Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка (каждая точка, равноудаленная от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему).

- 96.1) Геометрическим местом точек плоскости, равноудаленных от концов отрезка, является серединный перпендикуляр к этому отрезку
 2) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке
97. Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется вписанной, а многоугольник – описанным около этой окружности.
 Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется описанной около многоугольника, а многоугольник – вписанным в окружность.
98. В любой треугольник можно вписать окружность.
 Около любого треугольника можно описать окружность.
99. Площадь любого описанного n -угольника равна произведению его полупериметра на радиус вписанной в него окружности.
100. Свойство любого описанного четырехугольника: суммы противоположных сторон описанного четырехугольника равны.
 Свойство любого вписанного четырехугольника: суммы противоположных углов вписанного четырехугольника равны 180° .
101. Центр вписанной в треугольник окружности лежит на пересечении биссектрис углов треугольника.
 Центр описанной около треугольника окружности лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.
102. Центр описанной около прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы, а радиус равен ее половине.
103. Вписанными параллелограммами могут быть только квадрат и прямоугольник, а описанными – только ромб и квадрат.
104. Вписанной трапецией может быть только равнобедренная, а описанной – только та, у которой равны суммы противоположных сторон.

9 класс

105. Векторные величины – величины, которые характеризуются не только своим числовым значением, но и направлением в пространстве.
106. Направленным отрезком или вектором называется отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая – концом.
107. Нулевым вектором является любая точка плоскости.
108. Длиной или модулем вектора называется длина соответствующего ему отрезка.
 Длина нулевого вектора равна нулю.
109. Ненулевые векторы называются коллинеарными, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.
 Два вектора называются сонаправленными, если они коллинеарны и направлены в одну сторону, противоположно направленными, если коллинеарны и направлены в разные стороны.
110. Векторы называют равными, если они сонаправлены и их длины равны.
111. Правило треугольника и параллелограмма для нахождения суммы двух векторов; правило многоугольника – для нескольких векторов.

112. Разностью двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называют такой вектор, сумма которого с вектором $\vec{b}$ равна вектору $\vec{a}$.
Для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ справедливо равенство $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.
113. Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|k| \cdot |\vec{a}|$.
1) Произведение любого вектора на число ноль есть нулевой вектор.
2) Для любого числа k и любого вектора $\vec{a}$ векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$ коллинеарны.
114. Для любых чисел k, l и любых векторов $\vec{a}, \vec{b}$ справедливы равенства:
1) $(k + l)\vec{a} = k(\vec{a}) + l(\vec{a})$ (сочетательный закон)
2) $(k + l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ (первый распределительный закон)
3) $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ (второй распределительный закон)
115. Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины ее боковых сторон.
Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.
116. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны и $\vec{a} \neq \vec{0}$, то существует такое число k , что $\vec{b} = k\vec{a}$.
117. На плоскости любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.
118. Координатные векторы – единичные векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$, направления которых совпадают с направлениями осей Ox и Oy соответственно.
Коэффициенты разложения вектора по координатным векторам называют координатами вектора
119. 1) Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.
2) Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов.
3) Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число.
120. Каждая координата вектора равна разности координат его начала и конца.
121. Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.
122. Длина вектора $\vec{a} \{x; y\}$ вычисляется по формуле $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.
123. Расстояние d между двумя точками $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$ выражается формулой $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
124. Для любого угла α из промежутка $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ синусом угла α называется ордината у точки M (точки пересечения единичной полуокружности с лучом, отклоненным на угол α от оси Ox), а косинусом угла α – абсцисса x точки M .
125. Тангенсом угла α ($\alpha \neq 90^\circ$) называется отношение $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, а котангенсом α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) – отношение $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$.
126. 1) $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
2) $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$

- 3) $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
 4) $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
127. $S = \frac{1}{2}ab \sin C$, где a, b – стороны треугольника, C – угол между ними.
128. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.
129. Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон, умноженное на косинус этого угла: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
130. Решением треугольника называется нахождение всех его шести элементов (трех сторон и трех углов) по каким-нибудь трем данным элементам, определяющим треугольник).
131. Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними. Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны.
132. Скалярным квадратом вектора называется умножение вектора самого на себя. Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.
133. В прямоугольной системе координат скалярное произведение векторов $\vec{a} \{x_1; y_1\}$ и $\vec{b} \{x_2; y_2\}$ выражается формулой $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2$.
134. Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и любого числа k справедливы соотношения:
- 1) $\vec{a}^2 \geq 0$, причем $\vec{a}^2 > 0$ при $\vec{a} \neq 0$
 - 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (переместительный закон)
 - 3) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ (распределительный закон)
 - 4) $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b})$ (сочетательный закон)
135. Правильным многоугольником называется выпуклый многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.
136. Около любого правильного многоугольника можно описать окружность, и притом только одну.
137. В любой правильный многоугольник можно вписать окружность, и притом только одну.
138. 1) Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается сторон многоугольника в их серединах.
 2) Центр окружности, описанной около правильного многоугольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же многоугольник (эта точка называется центром правильного многоугольника).
139. $a_3 = R\sqrt{3}$, где a_3 – сторона правильного треугольника
 $a_4 = R\sqrt{2}$, где a_4 – сторона правильного четырехугольника
 $a_6 = R$, где a_6 – сторона правильного шестиугольника
140. $r = \frac{R}{2}$, где R – радиус описанной окружности, r – радиус вписанной окружности

141. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, где a – сторона правильного треугольника

$$142. R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C}$$

143. $r = \frac{a}{2}$, где a – сторона квадрата

144. $C = 2\pi R$, где C – длина окружности

$$145. S = \pi R^2$$

146. Крутовым сектором называется часть круга, ограниченная дугой и двумя радиусами, соединяющими концы с центром круга.

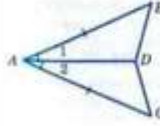
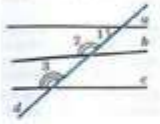
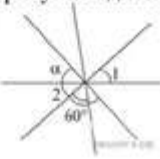
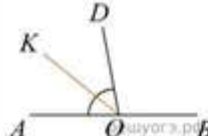
Дуга, которая ограничивает сектор, называется дугой сектора.

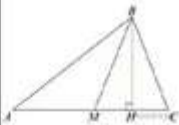
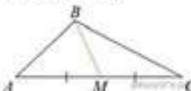
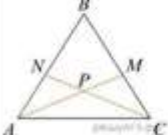
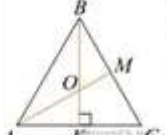
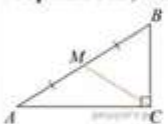
$$147. S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha.$$

148. Крутовым сегментом называется часть круга, ограниченная дугой окружности и хордой, соединяющей концы этой дуги.

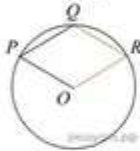
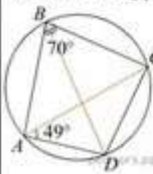
Приложение 3

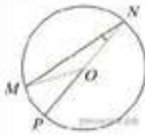
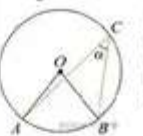
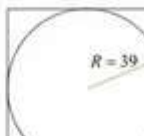
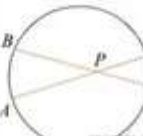
Практические задания

Найдите угол, смежный с углом ABC, если: А) $\angle ABC = 111^\circ$ Б) $\angle ABC = 90^\circ$ В) $\angle ABC = 15^\circ$	Найдите неразвернутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если: А) сумма двух из них равна 114° Б) Сумма трех углов равна 220°	Сторона АВ треугольника ABC равна 17 см, сторона AC вдвое больше стороны АВ, а сторона BC на 10 см меньше стороны AC. Найдите периметр треугольника ABC	Медиана AD треугольника ABC продолжена за точку D на отрезок DE, равный AD, и точка E соединена с точкой C. Найдите $\angle ACE$, если $\angle ACD = 56^\circ$, $\angle ABD = 40^\circ$
В равнобедренном треугольнике DEK с основанием DK=16 см отрезок EF – биссектриса, $\angle DEF = 43^\circ$. Найдите KF, $\angle DEK$, $\angle EFD$	Отрезки АВ и CD пересекаются в середине О отрезка АВ, $\angle OAD = \angle OBC$. Найдите ВС и СО, если $CD = 26$ см, $AD = 15$ см	На рисунке $AB = AC$, $BD = DC$ и $\angle BAC = 50^\circ$. Найдите $\angle CAD$ 	Отрезок МК – диаметр окружности с центром О, а МР и РК – равные хорды этой окружности. Найдите $\angle POM$
Отрезки АВ и CD – диаметры окружности с центром О. Найдите периметр треугольника AOD, если известно, что $CB = 13$ см, $AB = 16$ см	Сумма накрест лежащих углов при пересечении двух параллельных прямых секущей равна 210° . Найдите эти углы	Какие из прямых а, b и с параллельны, если $\angle 1 = 42^\circ$, $\angle 2 = 140^\circ$, $\angle 3 = 138^\circ$? 	Найдите все углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых а и b секущей с, если: А) один из углов 150° Б) один из углов на 70° больше другого
Найдите все углы треугольника ABC, если $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$	Биссектрисы углов А и В треугольника ABC пересекаются в точке М. Найдите $\angle AMB$, если $\angle A = 58^\circ$, $\angle B = 96^\circ$	Один из внешних углов равнобедренного треугольника равен 115° . Найдите углы треугольника	Найдите стороны равнобедренного треугольника, если две другие стороны равны: А) 7 см и 3 см Б) 8 см и 2 см В) 10 см и 5 см
Один из углов прямоугольного треугольника равен 60° , а сумма гипотенузы и меньшего из катетов равна 26,4 см. Найдите гипотенузу треугольника	Из середины D стороны BC равностороннего треугольника ABC проведен перпендикуляр DM к прямой AC. Найдите AM, если $AB = 12$ см	Из точки к прямой проведены перпендикуляр и наклонная, сумма длин которых равна 17 см, а разность длин равна 1 см. Найдите расстояние от точки до прямой	Сумма гипотенузы CE и катета CD прямоугольного треугольника CDE равна 31 см, а их разность равна 3 см. Найдите расстояние от вершины С до прямой DE
Биссектрисы углов N и М треугольника MNP пересекаются в точке А. Найдите $\angle NAM$ если $\angle N = 84^\circ$, а $\angle M = 42^\circ$	Углы, отмеченные на рисунке одной дугой, равны. Найдите угол α 	Найдите величину угла DOK, если ОК – биссектриса угла AOD, $\angle DOB = 108^\circ$ 	На плоскости даны четыре прямые. Известно, что $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 2 = 60^\circ$, $\angle 3 = 55^\circ$. Найдите $\angle 4$ 

В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 48^\circ$, AD – биссектриса. Найдите угол BAD	В треугольнике два угла равны 54° и 58°. Найдите его третий угол	В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, угол ALC равен 112°, угол ABC равен 106°. Найдите угол ACB	В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH. Известно, что $AC = 84$ и $BC = BM$. Найдите AH 
В треугольнике ABC известно, что $AC = 54$, BM – медиана, $BM = 43$. Найдите AM 	В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, $\angle BAC = 37^\circ$. Найдите угол ABH	В равностороннем треугольнике ABC биссектрисы CN и AM пересекаются в точке P. Найдите $\angle MPN$ 	В равностороннем треугольнике ABC медианы BK и AM пересекаются в точке O. Найдите $\angle AOK$ 
Точка D на стороне AB треугольника ABC выбрана так, что $AD = AC$. Известно, что $\angle CAB = 80^\circ$ и $\angle ACB = 59^\circ$. Найдите угол DCB	Два острых угла прямоугольного треугольника относятся как 4:5. Найдите больший острый угол	В треугольнике ABC угол C равен 90°, M – середина стороны AB, $AB = 20$, $BC = 10$. Найдите CM 	В треугольнике ABC $AC = BC$. Внешний угол при вершине B равен 146°. Найдите угол C
В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 123°. Найдите величину угла ABC	В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 108^\circ$. Найдите угол BCA	Найдите сумму углов выпуклого: А) пятиугольника Б) шестиугольника В) десятиугольника	Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, каждый угол которого равен: а) 90°, б) 60°, в) 120°, г) 108°
Периметр параллелограмма ABCD равен 50 см, $\angle C = 30^\circ$, а перпендикуляр BH к прямой CD равен 6,5 см. Найдите стороны параллелограмма	Найдите периметр параллелограмма, если биссектриса одного из его углов делит сторону параллелограмма на отрезки 7 см и 14 см	Найдите углы B и D трапеции ABCD с основаниями AD и BC, если $\angle A = 36^\circ$, $\angle D = 117^\circ$	Найдите периметр прямоугольника ABCD, если биссектриса угла A делит сторону А) BC на отрезки 45,6 см и 7,85 см Б) DC на отрезки 2,7 см и 4,5 см
Найдите периметр ромба ABCD, в котором $\angle B = 60^\circ$, $AC = 10,5$ см	Найдите площадь квадрата, если его сторона равна: а) 1,2 см; б) $\frac{3}{4}$ см; в) $3\sqrt{2}$ см	Диагональ параллелограмма, равная 13 см, перпендикулярна к стороне параллелограмма, равной 12 см. Найдите площадь параллелограмма	Смежные стороны параллелограмма равны 12 см и 14 см, а его острый угол равен 30°. Найдите площадь параллелограмма

Сторона ромба равна 6 см, а один из углов равен 150° . Найдите площадь ромба	Найдите катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла 60° , если гипотенуза равна c	В прямоугольнике ABCD найдите: А) AD, если $AB=5$, $AC=13$ Б) BC, если $CD=1,5$, $AC=2,5$ В) CD, если $BD=17$, $BC=15$	Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 17 см, а основание равно 16 см. Найдите высоту, проведенную к основанию
Отрезок AD является биссектрисой треугольника ABC. Найдите BD и DC, если $AB=14$ см, $BC=20$ см, $AC=21$ см	Биссектриса AD треугольника ABC делит сторону BC на отрезки CD и BC, равные соответственно 4,5 см и 13,5 см. Найдите AB и AC, если периметр треугольника ABC равен 42 см	Площади двух подобных треугольников равны 75 м^2 и 300 м^2 . Одна из сторон второго треугольника равна 9 м. Найдите сходственную ей сторону первого треугольника	Диагонали трапеции ABCD с основаниями AB и CD пересекаются в точке O. Найдите: а) AB, если $OB=4$ см, $OD=10$ см; б) $\frac{AO}{OC}$ и $\frac{BO}{OD}$, если $AB=a$, $DC=b$
Основания трапеции равны 5 см и 8 см. Боковые стороны, равные 3,6 см и 3,9 см, продолжены до пересечения в точке M до концов меньшего основания	Точки P и Q – середины сторон AB и AC треугольника ABC. Найдите периметр треугольника ABC, если периметр треугольника APQ равен 21 см	В треугольнике, стороны которого равны 5 см, 12 см и 13 см, проведена высота к его большей стороне. Найдите отрезки, на которые высота делит эту сторону	В прямоугольном треугольнике один из катетов равен b , а противолежащий угол равен β . Выразите другой катет, противолежащий ему угол и гипотенузу через b и β
Прямая AB касается окружности с центром O радиуса r в точке B. Найдите AB, если $OA=2$ см, а $r=1,5$ см	Отрезки AB и AC – отрезки касательных к окружности с центром O, проведенные из точки A. Найдите угол BAC, если середина отрезка AO лежит на окружности	Хорда AB стягивает дугу, равную 115° , а хорда AC – дугу в 43° . Найдите угол BAC	Биссектрисы AA_1 и BB_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Найдите углы ACM и BCM, если: а) $\angle AMB=136^\circ$; б) $\angle AMB=111^\circ$
В равнобедренном треугольнике основание равно 10 см, а боковая сторона равна 13 см. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник	Около прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C описана окружность. Найдите радиус этой окружности, если: а) $AC=8$ см, $BC=6$ см; б) $AC=18$ см, $\angle B=30^\circ$	В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=15$, $\cos A = \frac{5}{7}$. Найдите AB	Площадь прямоугольного треугольника равна $32\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину гипотенузы
Точка H является основанием высоты, проведенной из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC. Найдите AB, если $AH=6$, $AC=24$	Площадь прямоугольного треугольника равна $722\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину катета, лежащего напротив этого угла.	В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC=35$, а высота CH , опущенная на гипотенузу, равна $14\sqrt{6}$. Найдите $\sin \angle ABC$	В треугольнике ABC $AC=35$, $BC=5\sqrt{15}$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника

Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 65° и 50°. Найдите меньший угол параллелограмма	Разность углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 40°. Найдите меньший угол параллелограмма	Один угол параллелограмма в два раза больше другого. Найдите меньший угол	На продолжении стороны AD параллелограмма $ABCD$ за точкой D отмечена точка E так, что $DC = DE$. Найдите больший угол параллелограмма $ABCD$, если $\angle DEC = 53^\circ$
В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 6	Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 6$, $CK = 10$	Площадь параллелограмма равна 40, а две его стороны равны 5 и 10. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту	Диагонали AC и BD параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O, $AC = 12$, $BD = 20$, $AB = 7$. Найдите DO
Сторона ромба равна 34, а острый угол равен 60°. Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?	Площадь ромба равна 27, а периметр равен 36. Найдите высоту ромба	Точка O – центр окружности, на которой лежат точки P, Q и R таким образом, что $OPQR$ – ромб. Найдите угол ORQ 	В ромбе $ABCD$ угол ABC равен 72°. Найдите угол ACD
Сторона ромба равна 4, а один из углов этого ромба равен 150°. Найдите высоту этого ромба	Найдите угол ADC равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной AB углы, равные 30° и 50° соответственно	Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 140°. Найдите больший угол трапеции	Тангенс острого угла прямоугольной трапеции равен $\frac{5}{6}$. Найдите ее большее основание, если меньшее основание равно высоте и равно 15
Боковая сторона трапеции равна 5, а один из прилежащих к ней углов равен 30°. Найдите площадь трапеции, если ее основания равны 3 и 9	Около трапеции, один из углов которой равен 49°, описана окружность. Найдите остальные углы трапеции	Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB = 11$, $BC = 6$, $CD = 9$. Найдите AD	Углы выпуклого четырехугольника относятся как 1:2:3:4. Найдите меньший угол
Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 82° и 58°. Найдите больший из оставшихся углов	Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 75^\circ$	Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 70°, угол CAD равен 49°. Найдите угол ABD 	На стороне BC прямоугольника $ABCD$, у которого $AB = 12$ и $AD = 17$, отмечена точка E так, что $\angle EAB = 45^\circ$. Найдите ED

Найдите градусную меру центрального $\angle MON$, если известно, NP – диаметр, а градусная мера $\angle MNP$ равна 18° 	Точка O – центр окружности, $\angle AOB = 84^\circ$. Найдите угол ACB 	На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 28^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 63. Найдите длину большей дуги	Найдите величину вписанного угла α, опирающегося на хорду AB, равную радиусу окружности 
К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO. Найдите радиус окружности, если $AB = 12$ см, $AO = 13$ см	Окружность вписана в квадрат. Найдите площадь квадрата 	Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60°, а расстояние от точки A до точки $O = 8$	Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P, $BP = 15$, $CP = 6$, $DP = 10$. Найдите AP 
Какие из следующих величин являются векторными: скорость, масса, сила, время, температура, длина, площадь, работа?	Основание AD прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом A равно 12 см, $AB = 5$ см, $\angle D = 45^\circ$. Найдите длины векторов $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{AC}$	Точка A лежит на положительной полуоси Ox, а точка B – на положительной полуоси Oy. Найдите координаты вершин треугольника ABO, если $OA = 5$, $OB = 3$	Даны точки $A(0;1)$ и $B(5;-3)$. Найдите координаты точек C и D, если известно, что точка B – середина отрезка AC, а точка D – середина отрезка BC.
Найдите медиану AM треугольника ABC, вершина которого имеют координаты: $A(0;1)$, $B(1;-4)$, $C(5;2)$	Вершины треугольника ABC имеют координаты $A(-5;13)$, $B(3;5)$, $C(-3;-1)$. Найдите: а) координаты середин сторон треугольника; б) медиану, проведенную к стороне AC	Найдите площадь треугольника ABC, если: а) $AB = 6\sqrt{8}$ см, $AC = 4$ см, $\angle A = 60^\circ$ б) $BC = 3$ см, $AB = 18\sqrt{2}$ см, $\angle B = 45^\circ$	Площадь треугольника ABC равна 60 см^2. Найдите сторону AB, если $AC = 15$ см, $\angle A = 30^\circ$
Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = 2$, $\vec{b} = 3$, а угол между ними равен: а) 45° б) 90°	Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если каждый его угол равен: а) 60°; б) 90°; в) 135°; г) 150°	Периметр правильного треугольника, вписанного в окружность, равен 18 см. Найдите сторону квадрата, вписанного в ту же окружность	Как изменится радиус окружности, если длину окружности: а) увеличить в k раз б) уменьшить в k раз
В остроугольном треугольнике ABC высота $АН$ равна $20\sqrt{3}$, а сторона AB равна 40. Найдите $\cos B$	В трапеции $ABCD$ $AB = CD$, $\angle BDA = 49^\circ$ и $\angle BDC = 13^\circ$. Найдите угол ABD	Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC, сторона AB равна 66, сторона BC равна 37, сторона AC равна 74. Найдите MN	Медиана равностороннего треугольника равна $11\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника

Синус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите $\cos A$	В треугольнике ABC известно, что $AB=6$, $BC=10$, $\sin \angle ABC = \frac{1}{3}$. Найдите площадь треугольника ABC	В треугольнике ABC угол A равен 45° , угол B равен 30° , $BC=6\sqrt{2}$. Найдите AC	В треугольнике ABC известно, что $AB=8$, $BC=10$, $AC=12$. Найдите $\cos \angle ABC$
Средняя линия трапеции равна 11, а меньшее основание равно 5. Найдите большее основание трапеции	Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей 	В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 24, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции	Основания трапеции равны 3 и 9, а высота равна 5. Найдите среднюю линию этой трапеции.
В равнобедренной трапеции известны высота, равна 5, меньшее основание, равное 6, и угол при основании, равный 45° . Найдите большее основание	Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD пересекаются в точке O , $BC=3$, $AD=7$, $AC=20$. Найдите AO	$ABCDEFGH$ – правильный восьмиугольник. Найдите угол EFG	В окружность вписан равносторонний восьмиугольник. Найдите величину угла ABC 
В окружность вписан равносторонний восьмиугольник. Найдите величину угла ABC 	Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 4. Угол при вершине, противолежащий основанию, равен 120° . Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника	Радиус вписанной в квадрат окружности равен $2\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата	Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке K , $BK=8$, $DK=12$, $BC=6$. Найдите AD
Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $16\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата	Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB=11$, $BC=6$, $CD=9$. Найдите AD	Радиус OB окружности с центром в точке O пересекает хорду AC в точке D и перпендикулярен ей. Найдите длину хорды AC , если $BD=1$ см, а радиус окружности равен 5 см	В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=30$, $BC=5\sqrt{13}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника

Приложение 4
Ответы к практическим заданиям

Ответы к задачам

7 класс

1. а) 69° ; б) 90° ; в) 165° . 2. а) 57° , 57° , 123° , 123° ; б) 40° , 40° , 140° , 140° . 3. 75 см. 4. 96° . 5. $KF = 8$ см, $\angle DEK = 86^\circ$, $\angle EFD = 90^\circ$. 6. $BC = 15$ см, $CO = 13$ см. 7. 25° . 8. 90° . 9. 29 см. 10. 105° , 105° . 11. $a \parallel c$. 12. а) четыре угла по 150° , четыре других угла по 30° ; б) четыре угла по 55° , четыре других угла по 125° . 13. $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 80^\circ$. 14. 103° . 15. $57^\circ 30'$, $57^\circ 30'$, 65° или 65° , 65° , 50° . 16. а) 7 см, б) 8 см, в) 10 см. 17. 17,6 см. 18. 9 см. 19. 8 см. 20. 14 см. 21. 117° . 22. 40° . 23. 36° . 24. 125° . 25. 24° . 26. 68° . 27. 62° . 28. 63. 29. 27. 30. 53° . 31. 120° . 32. 60° . 33. 9° . 34. 50° . 35. 10. 36. 112° . 37. 66° . 38. 36° .

8 класс

39. а) 540° ; б) 720° ; в) 1440° . 40. а) 4; б) 3; в) 6; г) 5. 41. 13 см, 12 см, 13 см, 12 см. 42. 56 см или 70 см. 43. $\angle B = 144^\circ$, $\angle D = 63^\circ$. 44. а) 198,1 см или 122,6 см; б) 23,4 см или 19,8 см. 45. 42 см. 46. а) $1,44 \text{ см}^2$; б) $\frac{9}{16} \text{ см}^2$; в) 18 см^2 . 47. 156 см^2 . 48. 84 см^2 . 49. 18 см^2 . 50. $\frac{c\sqrt{3}}{2}$. 51. а) 12; б) 2; в) 8. 52. 15 см. 53. $BD = 8$ см, $DC = 12$ см. 54. $AB = 18$ см, $AC = 6$ см. 55. 4,5 м. 56. а) 10 см; б) $\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD} = \frac{a}{b}$. 57. 6 см и 6,5 см. 58. 42 см. 59. $1\frac{12}{13}$ см, $1\frac{1}{13}$ см. 60. $\frac{b}{tg \beta}$, $90^\circ - \beta$, $\frac{b}{\sin \beta}$. 61. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ см. 62. 60° . 63. 101° или 36° . 64. а) 46° и 46° ; б) 21° и 21° . 65. $3\frac{1}{3}$ см. 66. а) 5 см; б) 18 см. 67. 21. 68. 16. 69. 12. 70. 38. 71. 0,2. 72. 20. 73. 65° . 74. 70° . 75. 60° . 76. 106° . 77. 24. 78. 44. 79. 8. 80. 10. 81. 17, 17. 82. 3. 83. 60° . 84. 54° . 85. 2. 86. 80° . 87. 110° . 88. 33. 89. 15. 90. 49° , 131° , 131° . 91. 14. 92. 36° . 93. 122° . 94. 15° . 95. 21° . 96. 13. 97. 144° . 98. 42° . 99. 747. 100. 30° . 101. 5. 102. 6084. 103. 4. 104. 25.

9 класс

105. Скорость, сила. 106. $|\overline{BD}| = 13$ см, $|\overline{CD}| = 5\sqrt{2}$ см, $|\overline{AC}| = 74$ см. 107. А (5;0), В (0;3), О (0;0). 108. С (10; -7), D (7,5; -5). 109. $\sqrt{13}$. 110. а) (-1; 9), (0; 2), (-4; 6); б) $5\sqrt{2}$. 111. а) $12\sqrt{6} \text{ см}^2$, б) 27 см^2 . 112. 16 см. 113. а) $3\sqrt{2}$; б) 0. 114. а) 3; б) 4; в) 8; г) 12. 115. $2\sqrt{6}$ см. 116. а) увеличится в k раз; б) уменьшится в k раз. 117. 0,5. 118. 69° . 119. 37. 120. 22. 121. 0,4. 122. 10. 123. 6. 124. 0,125. 125. 17. 126. 5. 127. 12. 128. 6. 129. 16. 130. 14. 131. 135° . 132. $22,5^\circ$. 133. 90° . 134. 8. 135. 4. 136. 9. 137. 32. 138. 14. 139. 6. 140. 17,5. 141. 90. 142. 14. 143. 7° . 144. 8. 145. 2. 146. 1. 147. 36° . 148. 44.

Приложение 5

Правила игры

Цель игры: набрать наибольшее количество баллов, отвечая на вопросы и решая задачи.

Ход игры:

1. Договоритесь, кто будет начинать игру, этому человеку предстоит отвечать на вопрос первому. Далее право хода передаётся по часовой стрелке.
2. В свой ход игрок кидает кубик и берёт соответствующее задание:
Красный – красная карточка с теоретическим заданием;
Синий – синяя карточка с практическим заданием;
Разделенные пополам синий и красный – игрок может выбрать любое задание;
Смесь красного и синего – игрок берёт как красную, так и синюю карточку.
3. Для удобства перед началом игры вы можете отделить карточки, соответствующие классу, для которого вы хотите выполнять задания. Для этого на обратной стороне каждой карточки написана цифра (7, 8 или 9). Также при желании можно выбрать карточки по определённой теме.
4. После ответа игрока другой игрок, сидящий слева от отвечающего, проверяет его ответ по соответствующему номеру, указанному в правом нижнем углу каждой карточки.
5. Если ответ верный, игрок забирает карточку себе. Если ответ неверный, игрок возвращает карточку заданием в стопку «сброс». Каждая карточка приносит 1 балл.

Окончание игры:

Игра заканчивается по договорённости. Перед началом игры вы можете определить тот момент, до которого вы будете играть. Это может быть определённое число ходов каждого, достижение кем-либо заранее установленного числа баллов или любые другие правила, которые вы обговорите перед началом игры.

Побеждает тот участник, который заработал наибольшее число баллов.