

Урок математики в 11 классе

Исследование функции с помощью производной

Павлова Елена Михайловна,

учитель математики

Тип урока: урок - исследование

Планируемые результаты

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

выстраивать аргументацию, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

проводить самостоятельно исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения; представлять результаты решения задачи, исследования.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы, выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Начала математического анализа:

свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции;

вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций, знать производные элементарных функций;

использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач. использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком

ХОД УРОКА

1. Актуализация знаний

1.1. В ходе беседы вспомнить:

- что такое производная
- что значит «продифференцировать функцию»; «дифференцируемая функция»
- правила дифференцирования
- геометрический смысл производной
- механический смысл производной

1.2. В тетради самостоятельно записать формулы:

1. $c' =$	6. $(\ln x)' =$
2. $(x^n)' =$	7. $(\sin x)' =$
3. $(a^x)' =$	8. $(\cos x)' =$
4. $(e^x)' =$	9. $(\sqrt{x})' =$
5. $(\log_a x)' =$	10. $(\operatorname{tg} x)' =$
	11. $(\operatorname{ctg} x)' =$

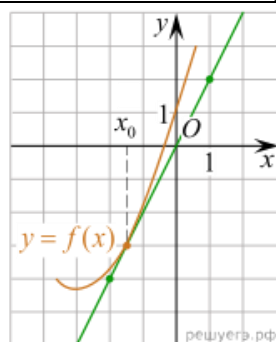
*самопроверку выполнить по образцу на слайде (экране).

1.3. Работа в парах

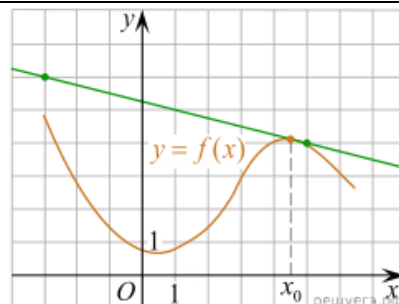
Выполни каждое задание двумя способами:

- Найди угловой коэффициент касательной через решение системы уравнений
- Найди тангенс угла наклона прямой по определению тангенса острого угла прямоугольного треугольника

Сделай вывод о связи значения производной с типом угла наклона касательной к положительной полуоси x



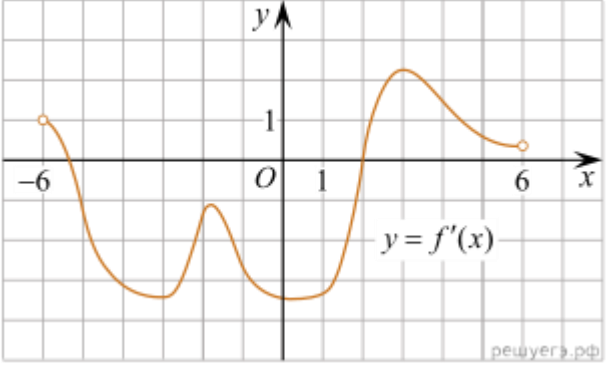
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

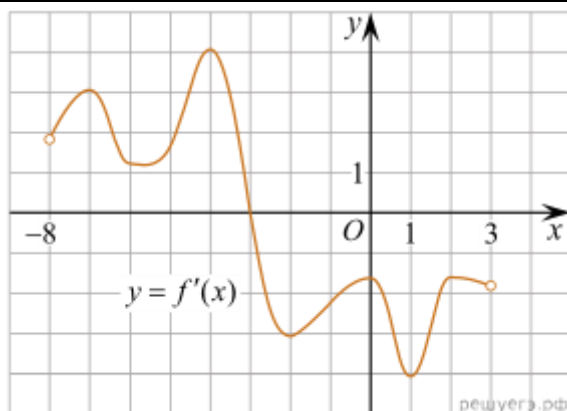


На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

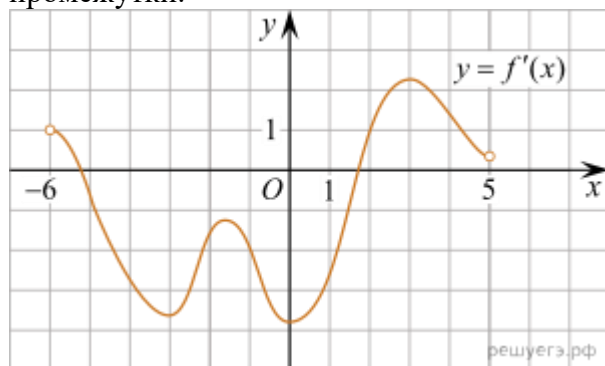
2. Операционно – исполнительский этап.

Используя учебник, опорный конспект, составленный на предыдущих уроках (см. приложение), выполни задания (работа в группах):

Задание	Ответ	Описание проблемной ситуации	Решение проблемной ситуации
На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки. 	14	У обучающихся должен возникнуть вопрос о включении чисел -6 и 6 ; 2 в ответ	В точках -6 и 6 производная не существует. По условию -6 и 6 не входят в область определения функции, значит в ответ не включаются. 2 в ответ включается (т.к. граничные точки входят в промежутки возрастания/убывания функции)
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?	-3	Определение возрастающей/убывающей функции	На указанном отрезке производная принимает отрицательные значения, значит функция убывает, поэтому наибольшее значение будет принимать при наименьшем значении аргумента



Функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[-6; 5]$. На рисунке изображен график её производной. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



8

У обучающихся может возникнуть вопрос о включении чисел -6 и 5 в ответ

Пусть функция $f(x)$ непрерывна на промежутке I и имеет внутри промежутка производную $f'(x)$. Тогда:

- 1) если $f'(x) > 0$ внутри промежутка I , то функция f возрастает на промежутке I ;
- 2) если $f'(x) < 0$ внутри промежутка I , то функция f убывает на промежутке I .

Подчеркнем, что при этом на концах промежутка I производная может быть равна нулю или не существовать.

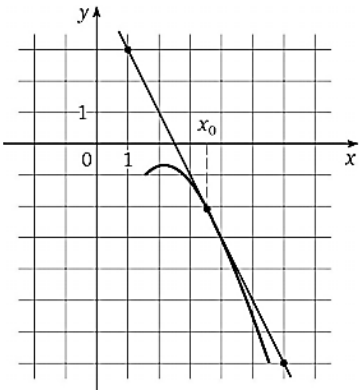
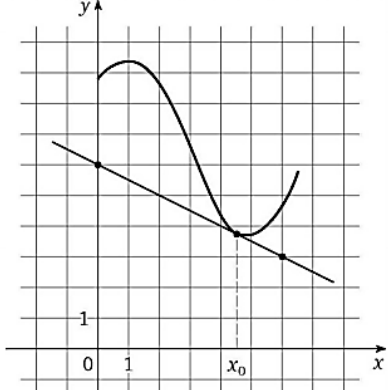
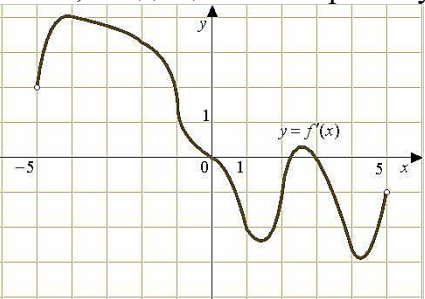
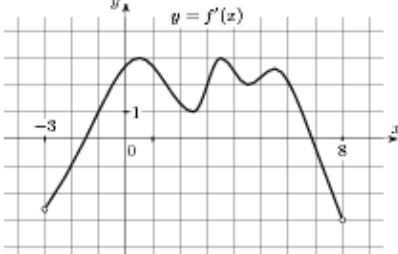
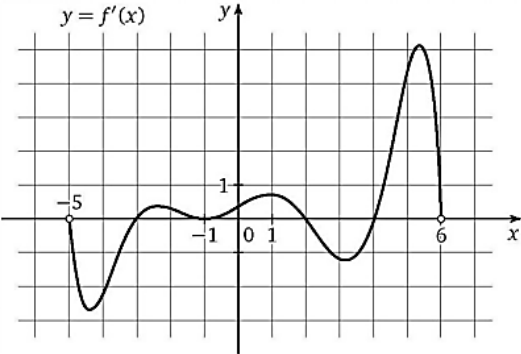
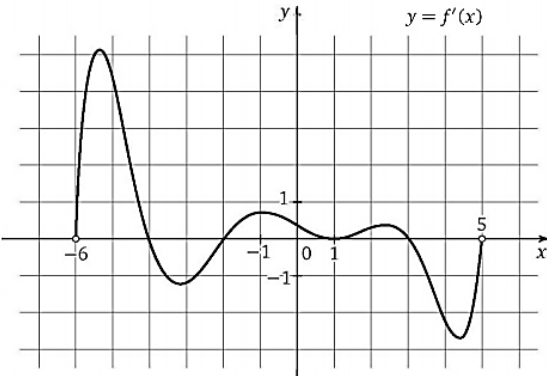
Т.к. по условию -6 и 5 входят в область определения функции, то входят и в промежутки возрастания.

3. Оценочно – рефлексивный этап

3.1. Обучающиеся совместно (под руководством учителя) делают выводы по результатам исследовательской работы.

3.2. Проверка понимания учащимися изученного материала и его первичное закрепление

Выполните задания (самостоятельно):

Вариант 1	Вариант 2
3. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в его точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0. 	4. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в его точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0. 
На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки. 	На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки. 
7. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$, где $f'(x)$ — производная функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 6)$. В какой из точек $-2, -1, 0, 1$ значение функции $y = f(x)$ будет наименьшим? В ответе укажите эту точку. 	7. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$, где $f'(x)$ — производная функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой из точек $-1, 0, 1, 2$ значение функции $y = f(x)$ будет наименьшим? В ответе укажите эту точку. 

3.3. Проверка выполнения самостоятельной работы. Самопроверка по образцу и совместное обсуждение результатов.

3.4. Подведение итогов урока .

Самооценка детьми собственной деятельности.

1. Сегодня на уроке я узнал(а) _____
2. Сегодня на уроке я научился(лась) _____
3. Сегодня на уроке я научился(лась) лучше делать _____
4. Самым неожиданным для меня сегодня стало _____
5. Сегодня на уроке я мог(ла) бы сделать лучше _____
6. Осталось непонятным _____

4. Домашнее задание (на выбор)

Вариант 1. Выполнить задания (см. приложение 2)

Вариант 2. На сайте ФИПИ <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege> подобрать и решить 6 заданий по теме урока

Памятка по применению производной к исследованию функций

График функции

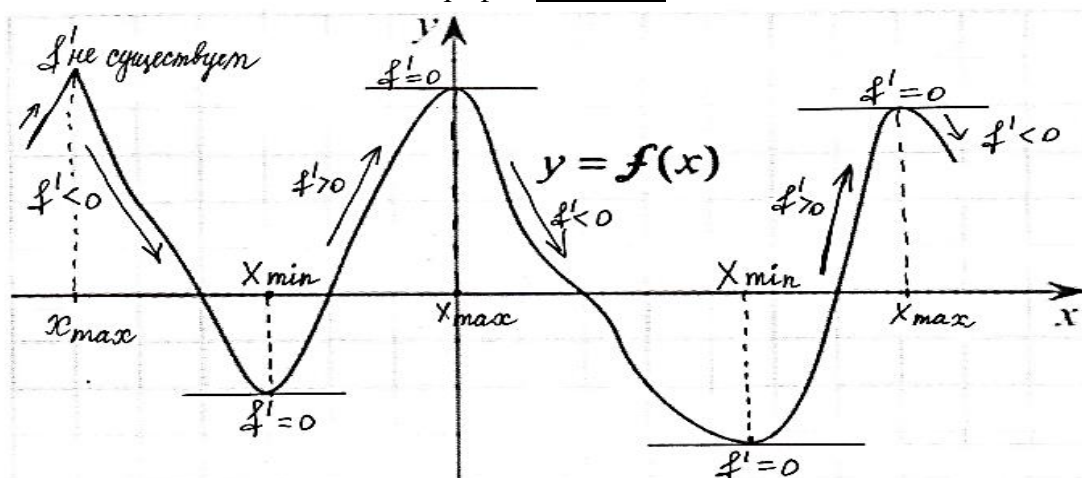
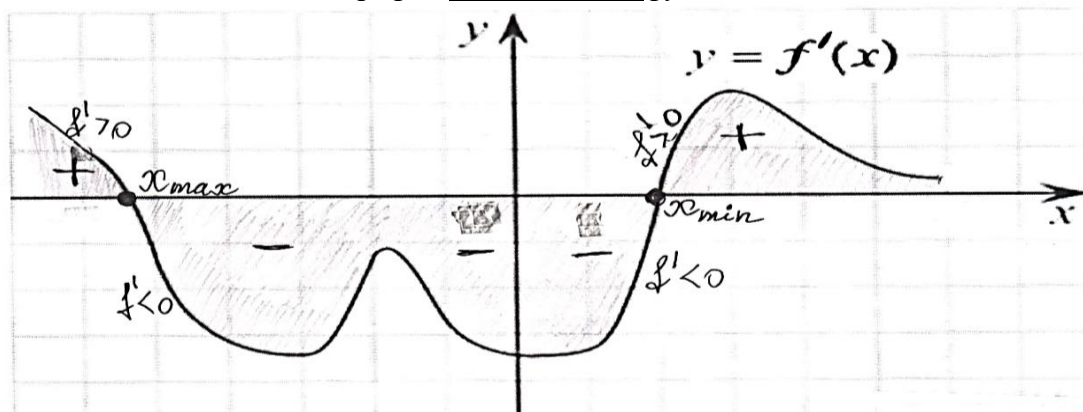
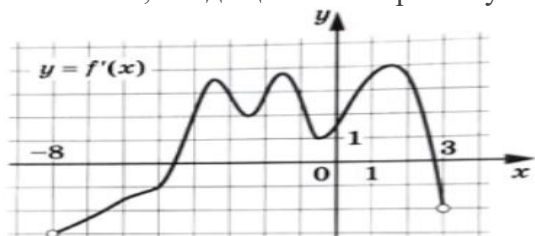


График производной функции

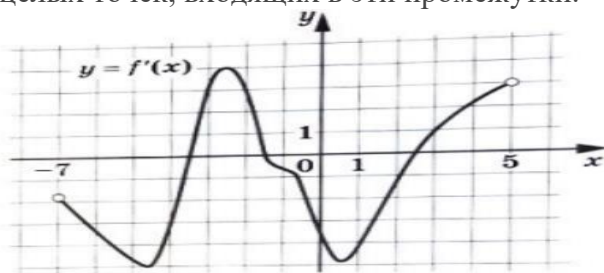


Домашнее задание

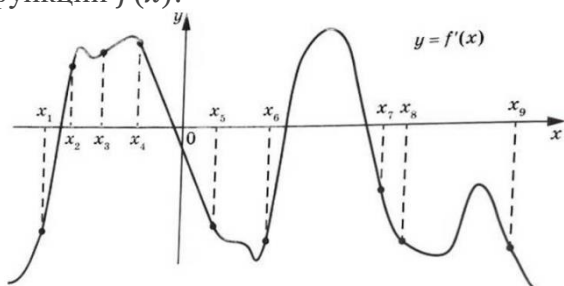
1. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите промежутки возрастания $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



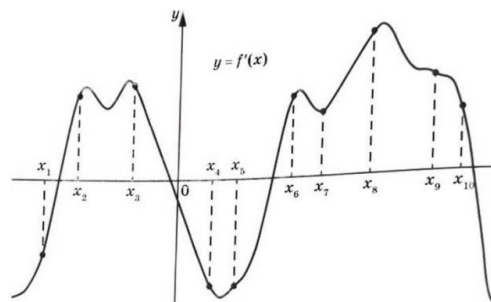
2. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите промежутки возрастания $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



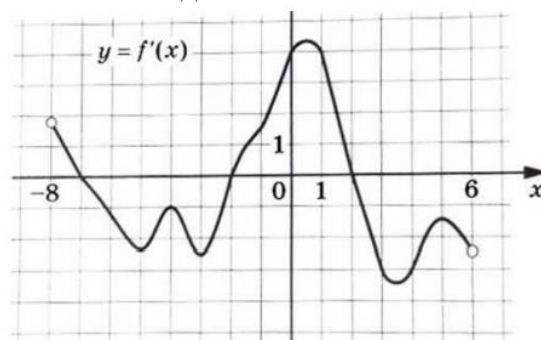
3. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?



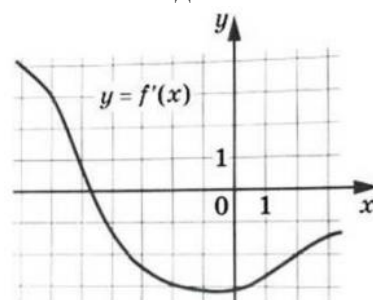
4. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



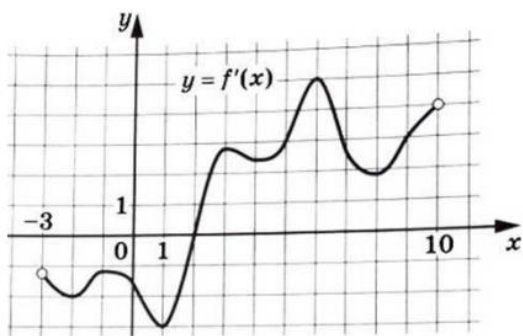
5. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 14$ или совпадает с ней.



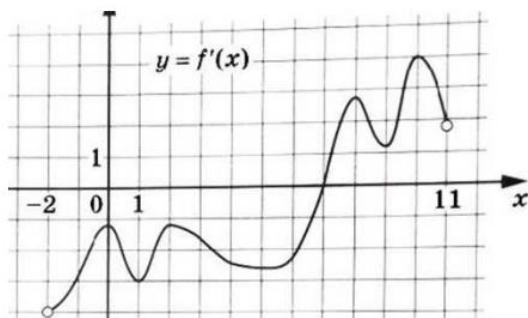
6. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x + 1$ или совпадает с ней.



7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 10)$. В какой точке отрезка $[4; 9]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 11)$. В какой точке отрезка $[-1; 5]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

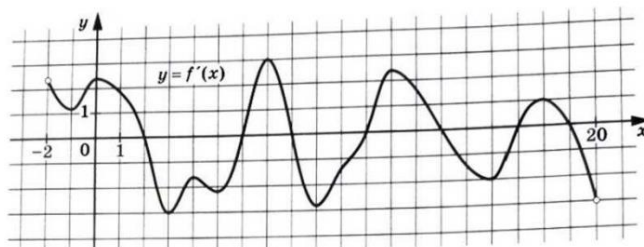


9. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = t^2 + 7t + 13,$$

где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 25 м/с?

11. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 20)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[1; 15]$.



12. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-19; 2)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-14; 0]$.

Используемые источники.

1. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ С.М.Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В.Шевкин. – М.: Просвещение, 2009
2. Шестаков С.А., Яценко И.В. ЕГЭ 2020 Математика. Функции, заданные графиками, и их производные. Задача 7 (профильный уровень). Задача 14 (базовый уровень). Рабочая тетрадь/ Под ред. И.В.Яценко. – М.: МЦНМО, 2020.
3. <https://math-ege.sdamgia.ru> – Сдам ГИА: Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам