

Тема. Объем конуса.

Учебник. Геометрия. А.Г. Атанасян.

Тип урока: урок закрепления знаний и формирования умений и навыков.

Цель: создать условия для повторения по теме "Объем конуса", организовать деятельность учащихся по выявлению зависимости объема конуса от его элементов.

Задачи:

Обучающие:

- повторить определение конуса, сечения конуса и его элементы;
- закрепить знание формул вычисления объема конуса, площади боковой поверхности конуса;
- сформировать знание о зависимости объема конуса от радиуса (при постоянной высоте) и от высоты (при постоянном радиусе);
- продолжить формирование умений и навыков по применению формулы объем конуса при решении задач;
- показать связь геометрии с природой, другими областями знаний;
- познакомить с возможностями программы "GeoGebra" для создания динамической модели конуса.

Развивающие:

- создать условия для развития:
 - навыков сотрудничества, самооценки и самоконтроля;
 - грамотной математической речи;
 - умения делать выводы и обобщения;
 - умения логически мыслить, аргументировать, доказывать, выдвигать гипотезы;
- способствовать развитию эмоций учащихся, через создание на уроке эмоциональных ситуаций удивления.

Воспитательные:

- активизировать познавательный интерес к предмету;
- способствовать эстетическому воспитанию обучающихся;
- способствовать воспитанию эмоционально-положительного отношения к традициям народов севера, истории родного края.

- **Методы обучения:** диалогический, обобщающий, проблемно-поисковый, приглашение визитера.

Формы организации познавательной деятельности: индивидуальная, парная, фронтальная.

Средства обучения:

1. Проектор, ноутбук для учителя, ноутбук для обучающихся.
2. Презентация для проведения урока "Объем конуса".
3. Раздаточный материал: карточка с тестом, карточка с задачами, оценочный лист, развертка боковой поверхности конуса, модели конусов с равными высотами и разными радиусами, с равными радиусами и разными высотами (для экспериментаторов), фасоль.
4. Материалы: карточки с формулами, карточки для кластера.

Место (роль) мультимедийной разработки в учебном занятии:

Презентация используется проводится в первой половине урока (помогает актуализировать, систематизировать теоретические знания) и в конце урока (отображается вывод о зависимости объема конуса от высоты и радиуса).

Структура урока.

1. Организационный момент.
2. Актуализация знаний. Воспроизведение и коррекция опорных знаний учащихся.
3. Мотивация учебной деятельности учащихся. Постановка цели урока. Сообщение темы урока.
4. Самостоятельная работа учащихся.
 - 1) Решение задач на вычисление объема. (закрепление начальных умений и навыков, применение их в стандартных условиях — по аналогии).
 - 2) Исследование зависимости объема конуса от радиуса и высоты (применение обобщенных ЗУН в новых условиях).
 - эксперимент по изучению зависимости объема конуса от его радиуса (высоты) с помощью созданной модели;
 - практическая работа по созданию динамической модели конуса и исследование зависимости объема конуса от его радиуса (высоты) с помощью созданной модели;
 - доказательство зависимости объема конуса от его радиуса (высоты)
5. Обобщение учащимися результатов работы. Отчет учащихся о способах и результатах выполненной работы и теоретическая интерпретация полученных результатов (формулирование выводов).
6. Применение полученных выводов при решении задач.
7. Подведение итогов урока.
(Установление соответствия между поставленной целью урока и его результатами, самооценка и оценка учителя).
8. Рефлексия.

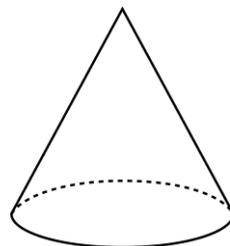
(сбор модели конуса по развертке).

9. Информация о домашнем задании.

(Объем и содержание домашнего задания, инструктаж по его выполнению).

Оформление доски.

Формулы				
$V =$		1. Конус - это тело,		
$V =$				
$h =$		2. Боковая поверхность		7. Конус - тело вращения
$r =$				
$S_{\text{осн}} =$				
$S_{\text{бок}}$				
$\frac{1}{3}\pi r^2$	$\pi r l$			
$\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$	—	3. Осевое сечение	5. Площадь основания конуса	8. Образующих
$\frac{3V}{h}$	$\frac{3V}{\pi r^2}$	4. Сечение, проведенное плоскостью, перпендикулярно оси конуса	6. Площадь боковой поверхности конуса	9. Объем конуса
$\frac{1}{3}S_{\text{осн}} \cdot h$				



Развернутый конспект урока.

1. Организационный момент.

- Здравствуйте, ребята, садитесь.
 - Загадайте двузначное число от 40 до 80. Умножь на 3. Отнимите 11. Прибавьте 17, разделите на 2 и закройте глаза. Темно, правда? Можно открыть глаза.
 - Меня зовут Ирина Николаевна, я рада видеть вас на нашем уроке!
 - Обратите внимание на материалы на вашем столе, подпишите оценочный лист.
- На уроке мы будем много работать, прошу вас не выкрикивать ответы вслух, отвечать поднимая руку, не вставая.

2. Актуализация знаний.

Урок мне бы хотелось начать с высказывания французского архитектора Ле Корбюзье:

"Я думаю, что никогда до настоящего времени мы не жили в такой геометрический период. Все вокруг - (2 слайд)

- геометрия

"Я думаю, что никогда до настоящего времени мы не жили в такой геометрический период. Все вокруг - геометрия". Ле Корбюзье

- Действительно, мы живем в мире геометрии. Геометрия вокруг нас.
- Современные архитекторы, используя различные геометрические фигуры, создают неповторимые произведения искусства.
- А откуда они черпают свои идеи?

- из природы

- В природе все формы. Какую форму имеют данные объекты природы?

- коническую

- В нашей жизни встречаются разные объекты в форме конуса.

- Предположите, что это?

(последняя фотография чум)

- чум

- Как вы думаете, почему жилище кочевых народов Крайнего Севера имеет коническую форму?

- с крутой поверхности чума легко скатывается снег, в чуме всегда чистый воздух, дым висит только у самого отверстия верхней части чума

Опыт проживания в суровых условиях Севера помог ненцам создать такое жилище, конструкция которого, его форма и функции, объясняются строгими научными законами

- Конус находит широкое применение в жизни человека.

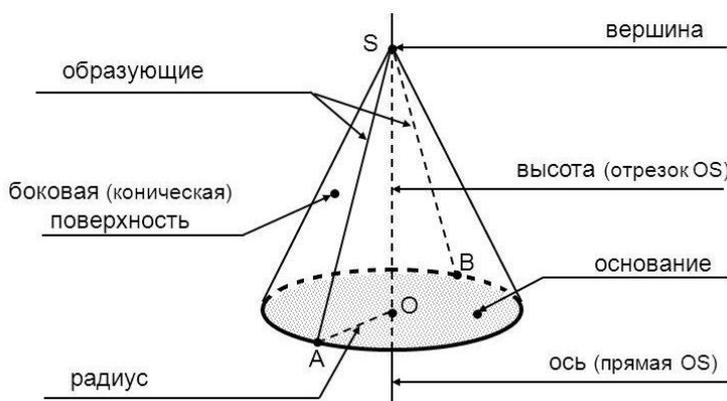
- А что вы уже знаете о конусе?

Следующие виды работ на данном этапе урока происходят одновременно:

1. Назови элементы конуса. Фронтальная работа.

- Назовите основные элементы конуса.

Элементы конуса



2. "Восстанови формулы".

- Сережа восстанови формулы у доски.

Один учащийся у меловой (маленькой) доски составляет формулы, а остальные записывают составленные формулы в тетрадь.

$V =$	
$V =$	
$h =$	
$r =$	
$S_{\text{осн}} =$	
$S_{\text{бок}}$	

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$

$$\frac{3V}{h}$$

$$\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$$

$$\pi r l$$

$$\frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$\frac{3V}{\pi r^2}$$

$V =$	$\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
-------	-------------------------------

$V =$	$\frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$
$h =$	$\frac{3V}{\pi r^2}$
$r =$	$\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$
$S_{\text{осн}} =$	$\frac{3V}{h}$
$S_{\text{бок}}$	$\pi r l$

3. Кластер.

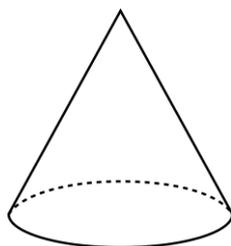
- Катя, Дима, на центральной части доски дополните кластер о конусе, используя материалы разложенные справа на доске.

1. Конус - это тело

ограниченное конической

2. Боковая поверхность

7. Конус - тело вращения



3. Осевое сечение

5. Площадь основания
конуса

8. Образующих

4. Сечение конуса,
проведенное плоскостью,
перпендикулярно оси
конуса

6. Площадь боковой
поверхности конуса

9. Объем конуса

- А всех остальных прошу взять карточку с тестом, подписать ее и приступить к выполнению.

1. Определение конуса	1. Тело, ограниченное поверхностью и кругами.
-----------------------	---

	<p>2. Тело, ограниченное конической поверхностью и двумя кругами.</p> <p>3. Тело, ограниченное конической поверхностью и кругами.</p> <p>4. Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом.</p>
2. Что собой представляет боковая поверхность конуса?	<p>1. Овал</p> <p>2. Круг</p> <p>3. Прямоугольник</p> <p>4. Сектор</p>
3. Что собой представляет осевое сечение конуса?	<p>1. Овал</p> <p>2. Круг</p> <p>3. Прямоугольник</p> <p>4. Треугольник</p>
4. Что собой представляет сечение конуса, плоскостью, параллельной основанию?	<p>1. Овал</p> <p>2. Круг</p> <p>3. Прямоугольник</p> <p>4. Треугольник</p>
5. Площадь основания конуса.	<p>1. $S = 2\pi r^2$</p> <p>2. $S = 2\pi r$</p> <p>3. $S = \pi r^2$</p> <p>4. $S = 2\pi rh$</p>
6. Площадь боковой поверхности конуса.	<p>1. $S = 2\pi r^2$</p> <p>2. $S = 2\pi r$</p> <p>3. $S = \pi r l$</p> <p>4. $S = 2\pi rh$</p>
7. Вращением, какой геометрической фигуры можно получить конус?	<p>1. Вращением прямоугольного треугольника вокруг катета.</p> <p>2. Вращением прямоугольника вокруг одной из сторон.</p> <p>3. Вращением прямоугольного треугольника вокруг гипотенузы.</p> <p>4. Вращением прямоугольника вокруг диагонали.</p>

8. Сколько образующих можно провести в конусе?	1. Одну 2. Две 3. Три 4. Бесконечное множество
9. Объем конуса.	1. $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h$ 2. $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ 3. $V = \pi r^2 \cdot h$ 4. $V = \frac{2}{3} \pi R^2 \cdot h$
10. Как изменится объем конуса V , если радиус основания увеличить в 3 раза, а высоту уменьшить в 5 раз?	1. Не изменится 2. Увеличится в 1,8 раза 3. Увеличится в $3\sqrt{5}$ раза 4. Затрудняюсь ответить

- Проверим, как вы справились с работой.

- Итак, элементы конуса вы знаете, все верно. (слайд с правильными подписями)

- Формулы составлены верно.

- Проверим тест, воспользовавшись кластером на доске.

1. Конус -это тело, ограниченное конической поверхностью и кругом.

2. Боковая поверхность конуса - это сектор.

3. Осевое сечение -это треугольник.

- Проверьте остальные ответы.

- Какой ответ получился в 10 вопросе? (спросить у кого, что получилось) и записывать ответы на маленькой доске справа.

- Может кто-то выбрал третий вариант ответа.

- А почему разные ответы? Мы не пришли к единому мнению по этому вопросу теста.

-мы чего-то не знаем

- Что вызвало затруднение?

3. Постановка учебной задачи, целей урока.

- Сформулируйте цель нашего урока.

- ответы детей

Тема, цель.

- Цель нашего урока: выявить зависимость объема конуса от его элементов. Запишите тему в тетради «Объем конуса».

(учитель пишет на доске название темы).

ВИЗИТЕР

- Здравствуйте. Я представительница коренного народа ханты нашего округа. Мне сказали, что здесь знают все о конусе, о его применение в жизни. Это то, что мне надо, помогите пожалуйста. (На слайде чум и рядом геометрический рисунок конуса с осевым сечением конуса).

- Проблемный вопрос:

Моя семья заготовила жерди для боковой поверхности чума, длиной **5 метров**. Подскажите, какой высоты построить чум, чтобы объем был наибольший, чтобы вместительнее был чум, комфортнее и несложно было его практически построить. (вынести проблему на слайд)

4. Самостоятельная работа учащихся.

1) Решение задач на вычисление объема.

- Мы подумаем, как вам помочь. Присаживайтесь, пожалуйста.

- Ребята, предположите, какой может быть высота чума?

- от нуля до пяти

- Как это выяснить?

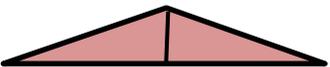
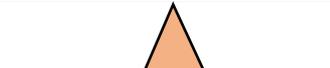
- Представим математическую модель данной проблемы. (появляется слайд с рисунком конуса с осевым сечением, на этом же слайде равнобедренный треугольник с выделенным в нем прямоугольным треугольником)

- Решите в парах выделенную задачу, не подставляя числовое значение Π .

Сам работа над задачами. (5 минут)

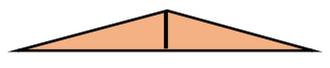
Задача. Образующая l конуса равна 5. Определите длину высоты и длину радиуса конуса для практического построения чума. Реши выделенную задачу (и любую другую).

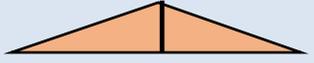
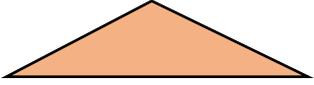
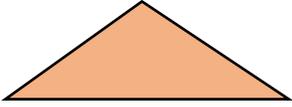
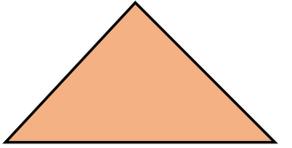
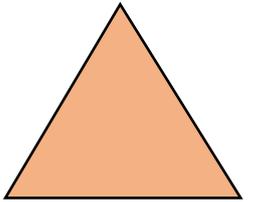
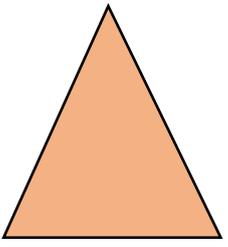
№п/п	Осевое сечение конуса	Высота	Радиус	Вычисление объема $V=1/3\pi*h*r^2$	Объем

1		$h=1$	$r^2=5^2 - h^2=24$	$V=1/3\pi*1*24$	8π
2		$h=2$			
3		$h=2,5$			
4		$h=3$			
5		$h = r \approx 3,5$	$2 r^2=25$ $r^2= 25/2$ $r=\sqrt{12,5}$	$V \approx 1/3\pi*3,5*12,5$	$14,7\pi$
6		$h=4$			
7		$h=4,5$			
Вывод					

Для каждого ученика выделить строчку для решения.

Итоговая таблица

№п/п	Осевое сечение конуса	Высота	Радиус	Вычисление объема $V=1/3\pi*h*r^2$	Объем
1		$h=1$	$r^2=5^2 - h^2=24$	$V=1/3\pi*1*24$	8π

2		$h=2$	$r^2=5^2 - h^2=21$	$V=1/3\pi*2*21$	14π
3		$h=2,5$	$r^2=5^2 - h^2=$ $=25-6,25=18,75,$ $r\approx 4,3.$	$V=1/3\pi*2,5*18,75$	$15,6 \pi$
4		$h=3$	$r^2=5^2 - h^2=16,$ $r=4$	$V=1/3\pi*3*16$	16π
5		$h = r\approx 3,5$	$2 r^2=25$ $r^2= 25/2$ $r=\sqrt{12,5}$	$V\approx 1/3\pi*3,5*12,5$	$14,7 \pi$
6		$h=4$	$r^2=5^2 - h^2=9$	$V=1/3\pi*4*9$	12π
7		$h=4,5$	$r^2=5^2 - h^2=$ $=25-20,25=4,75,$ $r\approx 2,2.$	$V=1/3\pi*4,5*4,75\approx$ $\approx 7,1 \pi$	$7,1 \pi$
	Вывод: Оптимальные размеры для построения чума	$H = 3\text{м}$	$R = 4\text{м}$	Оптимальный объем	$16\pi (\text{м}^3)$
	Полезная информация	$H = 5/\sqrt{3}$ $\approx 2,89$	$R = \sqrt{50/3}\approx 4,08$	Наибольший объем $V=1/27\pi*250\sqrt{3}$	$\approx 16,04 \pi$

- Ребята сейчас мы будем проверять результаты, и вы заполните последний столбец.

- Назовите свои результаты.

- Чему равен объем конуса в первой задаче?

- При каком значении высоты получается оптимальный объем для построения чума?

-при высоте 3 метра и радиусе 4метра

Беру листок-заготовку с рисунком чума и подписываю размеры высоты и радиуса.

- Я вам дарю чертеж чума с необходимыми размерами.

Гостья отвечает:

- Спасибо, вы мне очень помогли. До свидания.

Гостья уходит.

2) Исследование зависимости объема конуса от радиуса и высоты

- Мы с вами сейчас поработали над задачей, в которой образующая была постоянной. Исследуем как зависит объем конуса от радиуса при постоянной высоте и от высоты при постоянном радиусе?

Распределимся на группы для выполнения заданий

- Два человека (показать на конкретных учащихся) займите места конструкторов

Вы вдвоем займите места практиков.

А вас я прошу оставаться на местах теоретиков.

Две группы:

1. Исследует зависимость объема конуса от высоты при постоянном радиусе.
2. Исследует зависимость объема конуса от радиуса при постоянной высоте.

- Приступайте к работе в соответствии с инструкциями.

Три различных способа выявления зависимости:

- работают практики (работа в программе GeoGebra);

1 ряд

r	1	2 (увел. в 2 раза)	3 (увел. в 3 раза)	4 (увел. в 4 раза)	5 (увел. в 5 раз)
V_n	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{20\pi}{3}$	15π	$\frac{80\pi}{3}$	$\frac{125\pi}{3}$
V_n/V₁	—	4	9	16	25
Объем		Увеличивается в 4 раза	Увеличивается в 9 раза	Увеличивается в 16 раз	Увеличивается в 25 раз

2 ряд

h (AB)	1	2 (увел. в 2 раза)	3 (увел. в 3 раза)	4 (увел. в 4 раза)	5 (увел. в 5 раз)
V_n	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{8\pi}{3}$	4π	$\frac{16\pi}{3}$	$\frac{20\pi}{3}$

V_n/V_1	—	2	3	4	5
Объем		Увеличивается в 2 раза	Увеличивается в 3 раза	Увеличивается в 4 раза	Увеличивается в 5 раз

- экспериментаторы (опыты)

Инструкция:

1. Используя малый конус, выясните сколько фасоли вмещается в большой конус.
2. Сделайте вывод.

- теоретики (формулы)

Выясните как зависит объем конуса от изменения радиуса при постоянной высоте.

$$1. V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$

Увеличьте радиус в два раза:

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi (2r)^2 \cdot h = \frac{4}{3} \pi r^2 \cdot h$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{4}{3} \pi r^2 \cdot h}{\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h} = 4$$

Вывод: _____

2. Увеличьте радиус в 3 раза:

Вывод: _____

3. Увеличьте радиус в 4 раза:

Вывод: _____

4. Увеличьте радиус в 5 раз:

Вывод: _____

Выясните как зависит объем конуса от изменения высоты при постоянном радиусе.

$$1. V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$

Увеличьте высоту в два раза:

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot 2h = \frac{2}{3} \pi r^2 \cdot h$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{2}{3} \pi r^2 \cdot h}{\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h} = 2$$

Вывод: _____

2. Увеличьте высоту в 3 раза:

Вывод: _____

3. Увеличьте высоту в 4 раза:

Вывод: _____

4. Увеличьте высоту в 5 раз:

Вывод: _____

5. Обобщение учащимися результатов работы.

- Ребята озвучьте ваши выводы.

-Пожалуйста, первый ряд, группа экспериментаторов. Группа теоретиков. Группа практиков.

-Пожалуйста, второй ряд, группа экспериментаторов. Группа теоретиков. Группа практиков.

Вывод на слайде:

1. Если радиус увеличить в k раз, а высота не изменяется, то объем увеличится в k^2 раз.

2. Если высота увеличивается в k раз, а радиус не изменяется, то объем увеличится в k раз.

6. Применение полученных выводов при решении задач.

-Решите задачи.

1. Во сколько раз надо уменьшить высоту конуса (не изменяя основания), чтобы его объём уменьшился в 9 раз?

2. Объём конуса увеличился в 16 раз. Как изменился радиус основания, если высота осталась прежней ?

3. Как изменится объём конуса V , если радиус основания увеличить в 3 раза, а высоту уменьшить в 5 раз?

Верный ответ к этой задаче увеличится в 1,8 раза.

Проговорить если радиус увеличивается в 3 раза, то объём увеличится в 9 раз, а высота уменьшается в 5 раз объём уменьшается в 5 раз.

7. Подведение итогов урока.

- Какую цель мы ставили в начале урока?

- Добрались цели?

- Скажите, а где вы можете применить знания о зависимости объёма конуса от его элементов??

5. Домашнее задание

А значит, вы с лёгкостью справитесь с домашним заданием. Обратите внимание на карточку с домашними задачами.

Найти функциональную зависимость объёма конуса от радиуса его основания

Рефлексия.

- У кого урок оставил положительные впечатления, соберите коническую поверхность зеленого цвета из развертки на вашем столе.

- У кого урок оставил другие эмоции соберите коническую поверхность белого цвета из развертки на вашем столе.

- Посмотрите, какой лес у нас получился, елочки и сугробы.

Чем бы вы не занимались в будущем, изучали сопки Дальнего востока, воронки метеоритов, осваивали космическое пространство или кулинарное искусство, конструировали, моделировали, исследовали, строили в вашей жизни будет встречаться геометрия, и пригодятся знания, полученные в школе.

Урок окончен, всем спасибо.