Автономное учреждение профессионального образования
Ханты-Мансийского автономного округа-Югры
«Сургутский политехнический колледж»

Иррациональные уравнения. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства

Учебное пособие

г. Сургут, 2023

Иррациональные уравнения. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства

Учебное пособие

Сургутский политехнический колледж, 2023

Составитель:

Масанина Т.Н., методист, преподаватель математики

Османкина С.И., преподаватель математики

Учебное пособие по математике «Иррациональные уравнения. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства» составлено в соответствии с рабочей программой по общеобразовательной дисциплине «Математика» и предназначено для преподавателей математики колледжей для текущего контроля по темам: Иррациональные уравнения; Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.

Рассмотрено на заседании методического объединения «Математика, физика и информатика»
Протокол № 1 от 02.09. 2023

Рекомендовано к печати Методическим советом Сургутского политехнического колледжа
Протокол №1 от 07.09.2023

Оглавление

Пояснительная записка

Учебное пособие по математике «Иррациональные уравнения. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства» предназначено для студентов 1 курса, осваивающих программы среднего профессионального образования.

Учебное пособие составлено в соответствии с рабочей программой по общеобразовательной дисциплине «Математика» и предназначено для изучения тем: «Иррациональные уравнения», «Показательные уравнения и неравенства», «Логарифмические уравнения и неравенства».

Структура учебного пособия представлена на основе модульного подхода, включающего теоретический, практический и контрольный блоки учебного материала.

Пособие включает в себя лекционный материал, тестовые задания для закрепления полученных знаний и умений, практические задания для текущего контроля усвоенных знаний и умений по темам: «Иррациональные уравнения», «Показательные уравнения и неравенства», «Логарифмические уравнения и неравенства». Практические задания представлены по мере нарастания сложности «от простого» к «сложному».

Иррациональные уравнения

Лекция

Определение: Уравнение, в котором под знаком корня содержится переменная, называется **иррациональным**.

Пример: $\sqrt[3]{x}-2=0$

Правила решения иррациональных уравнений:

1) Чтобы в уравнении избавиться от знака радикала (корня), нужно возвести обе части уравнения в степень, которая является показателем степени радикала (корня).
2) При возведении обеих частей уравнения в нечётную степень получается уравнение, равносильное исходному.
3) При возведении обеих частей уравнения в чётную степень (например, в квадрат) могут появиться посторонние корни, поэтому в этом случае необходима проверка.

Примеры решения иррациональных уравнений:

1). $\sqrt[3]{3x+3}=3$

$\left(\sqrt[3]{3x+3}\right)^3=3^3$ возведём обе части уравнения в куб

$3x+3=27$

$3x=27-3$

$3x=24$

$x=24:3$

$x=8$

Ответ: 8

2). $\sqrt{6-x}=x$

$\left(\sqrt{6-x}\right)^2=x^2$

$6-x=x^2$

$x^2+x-6=0$

$D=1+24=25$

$x_1=\dfrac{-1+5}{2}=2$

$x_2=\dfrac{-1-5}{2}=-3$

Ответ: 2

Проверка:

$\sqrt{6-(-3)}=-3$

$\sqrt{6+3}=-3$

$\sqrt{9}=-3$

$3=-3$ *не верно*

-3 *постор. корень*

$\sqrt{6-2}=2$

$\sqrt{4}=2$

$2=2$ *верно*

3) $\sqrt[2]{x+3}=\sqrt[2]{5-x}$ возведём обе части уравнения в квадрат

$\left(\sqrt[2]{x+3}\right)^2=\left(\sqrt[2]{5-x}\right)^2$

$x+3=5-x$

$2x=2$

$x=1$

Проверка:

$\sqrt[2]{1+3}=\sqrt[2]{5-1}$

$\sqrt[2]{4}=\sqrt[2]{4}$

2 = 2 – *верно*

Ответ: x =1

4) $\sqrt{x+11}=x-1$ возведём обе части уравнения в квадрат

$\left(\sqrt{x+11}\right)^2=(x-1)^2$

$x+11=x^2-2x+1$

$x^2-2x+1-x-11=0$

$x^2-3x-10=0$

D = 9 + 40 = 49

$x_{1,2}=\left[\begin{array}{l}5\\-2\end{array}\right.$

Проверка:

$\sqrt{5+11}=5-1$

$\sqrt{16}=4$

4 = 4 - *верно*

$\sqrt{-2+11}=-2-1$

$\sqrt{9}=-3$

3 = - 3 – *не верно*

- 2 посторонний корень

Ответ: x = 5

5) $\sqrt[2]{x-2}+\sqrt[2]{x+6}=4$ возведём обе части уравнения в квадрат

$\left(\sqrt[2]{x-2}+\sqrt[2]{x+6}\right)^2=4^2$

$\left(\sqrt[2]{x-2}\right)^2+2\sqrt[2]{x-2}\cdot\sqrt[2]{x+6}+\left(\sqrt[2]{x+6}\right)^2=16$

$x-2+2\sqrt{(x-2)(x+6)}+x+6=16$ уединим радикал в левой части

$2\sqrt{(x-2)(x+6)}=16-6+2-2x$

$2\sqrt{x^2+6x-2x-12}=12-2x\ /\div 2$

$\sqrt{x^2+4x-12}=6-x$ возведём обе части уравнения в квадрат

$\left(\sqrt{x^2+4x-12}\right)^2=(6-x)^2$

$x^2+4x-12=36-12x+x^2$

$x^2+4x+12x-x^2=36+12$

$16x=48$

$x=48\div 16$

x = 3

Проверка:

$\sqrt[2]{3-2}+\sqrt[2]{3+6}=4$

$\sqrt{1}+\sqrt{9}=4$

1 + 3 = 4

4 = 4 – *верно*

Ответ: x = 3

Тесты по теме Иррациональные уравнения

1. Найдите корень уравнения $\sqrt{x}=x-6$?

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) 6 2) 9+
3) 2 4) 4

2. Какое из уравнений называется иррациональным?

1) $4^{2x}=8^{2x-1}$; 2) $x^2-16x=0$; 3) $\sqrt[3]{-1-5x}=4$+

3. Как называется уравнение, в котором переменная содержится под знаком корня или под знаком операции возведения в дробную степень?

1) показательное; 2) квадратное; 3) степенное; 4) иррациональное+

4. При каких значениях параметра k число 4 является решением уравнения $\sqrt{k+4}=2x-k$.

1) 5;+ 2) 3; 3) 12; 4) -4

Практическая часть
«Решение иррациональных уравнений»

№п /п	Вариант 1	Вариант 2
1.	$\sqrt{6-4x}=\sqrt{12}$; Ответ: $x=1.5$	$\sqrt{9x-4}=\sqrt{14}$; Ответ: $x=2$
2.	$\sqrt{4x+1}=3$;	$\sqrt{5x-4}=2$;

	Ответ: $x = 2$	Ответ: $x = 1,6$
3.	$\sqrt{4x+1} = 5$; Ответ: $x = 6$	$\sqrt{5-2x} = 1$; Ответ: $x = 2$
4.	$\sqrt{9+2x} = \sqrt{4x}$; Ответ: $x = 4,5$	$\sqrt{14+2x} = \sqrt{3x}$; Ответ: $x = 14$
5.	$\sqrt{x-3} = \sqrt{5+2x}$; Ответ:$x = -8$ Не является решением	$\sqrt{3x-1} = \sqrt{2+x}$ Ответ: $x = 1,5$
6.	$\sqrt{x^2+x} = \sqrt{2}$; Ответ: $x = 1;\ x = -2$	$\sqrt{x^2-6x} = 4$; Ответ: $x = 8;\ x = -2$
7.	$\sqrt{x^2+4x} = \sqrt{8x}$; Ответ: $x = 0;\ x = 4$	$\sqrt{x^2-3x} = \sqrt{4x}$; Ответ: $x = 0;\ x = 7$
8.	$\sqrt{5-2x-x^2} = x$; Ответ: $x = 2,5$	$\sqrt{7-5x-x^2} = x$; Ответ: $x = 1,4$
9.	$\sqrt{10-x} = x+2$; Ответ: $x = 1$; $x = -2$ не является корнем	$\sqrt{7-x} = x-1$; Ответ: $x = 3$; $x = -2$ не является корнем
10.	$\sqrt[3]{3x-1} = 2$; Ответ: $x = 3$	$\sqrt[3]{-1-5x} = 4$; Ответ: $x = -13$

Решить уравнения:

1. $7 - \sqrt{x+1} = 2$

Ответы: 1) $x = 0$; 2) $x = 1$; 3) $x = -1$; 4) $x = 24$ +.

$\sqrt{x+25} = x+5$

Ответы: 1) $x = 0$+; 2) $x = 1$; 3) $x = -1$; 4) $x = -9$.

2. $3x + 4 = \sqrt{8x^2+22x+15}$

Ответы: 1) $x = 0$; 2) $x = 1$; 3) $x = -1$ +; 4) $x = -3$.

3. $(x^2 - 100) \cdot \sqrt{1-27x} = 0$

Ответы: 1) 10и 27; 2) 10 и -27; 3) -10 и $\frac{1}{27}$ +;

4) 10 и -26.

4. $\sqrt{6+x} \cdot \sqrt{6-x} = x$

Ответы: 1) $x = -3\sqrt{2}$; 2) $x = 3\sqrt{2}$ +; 3) $x = -1$;

4) $x = -3$.

5. $\sqrt{2x^2-7x+21} - x = 1$

Ответы: 1) -5 и 4; 2) 5 и 4;+ 3) 5 и -4 4) -5 и -4.

6. $\sqrt{x+13} - \sqrt{x+1} = 2$

Ответы: 1) $x = 0$; 2) $x = 1$; 3) $x = -1$; 4) $x = 3$ +.

7. $\sqrt{17+\sqrt{x}} = \sqrt{20-2\sqrt{x}}$

Ответы: 1) $x = 0$; 2) $x = 1$;+ 3) $x = -1$; 4) $x = 3$.

8. $\sqrt{2x+7}+\sqrt{3x-18}=\sqrt{7x+1}$

Ответы: 1) $x=0$; 2) $x=1$;+ 3) $x=-1$; 4) $x=9+$.

9. $\sqrt{x+\sqrt{6x-9}}+\sqrt{x-\sqrt{6x-9}}=\sqrt{6}$

Ответы: 1) $x=0$; 2) $x=1$; 3) $x=-1$; 4) $x=3+$.

Показательные уравнения и неравенства

Лекция

Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени.

При решении показательных уравнений нам будет полезно следствие из теоремы о свойствах показательной функции.

Следствие: пусть $a>0, a\neq 1$. Каждому значению показательной функции $y=a^s$ соответствует единственный показатель s.

При решении показательных уравнений будем пользоваться свойствами степеней. Напомним их.

Свойства степеней

1. $a^x\cdot a^y=a^{x+y}$
2. $\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}$
3. $(a^x)^y=a^{x\cdot y}$
4. $a^x\cdot b^x=(a\cdot b)^x$
5. $a^{\frac{x}{y}}=\sqrt[y]{a^x}$
6. $a^{-x}=\frac{1}{a^x}$
7. $a^0=1$
8. $(\frac{a}{b})^{-x}=(\frac{b}{a})^x$.

Рассмотрим несколько методов решения показательных уравнений.

1. **Метод уравнивания показателей**

Показательное уравнение $a^{\mathrm{f(x)}}=a^{\mathrm{g(x)}}$ равносильно уравнению $\mathrm{f(x)}=\mathrm{g(x)}$, где $a-$ положительное число, отличное от нуля.

Алгоритм решения уравнения методом уравнивания показателей:

1. Представить обе части показательного уравнения в виде степеней с одинаковыми основаниями;
2. На основании теоремы, если где равносильно уравнению вида приравниваем показатели степеней;
3. Решаем полученное уравнение, согласно его виду (линейное, квадратное и т.д.);
4. Записываем ответ.

Рассмотрим образцы решения уравнений.

Пример:

$4^{2x}=8^{2x-1}$	Заданное уравнение
$(2^2)^{2x}=(2^3)^{2x-1}$	Приведем к одному основанию

$2^{4x} = 2^{6x-3}$	Применим свойство возведения степени в степень
$4x = 6x - 3$	Приведем к равносильном у уравнения
$2x = 3; \quad x = 1.5$	Решим уравнение
Ответ: $x = 1.5$	

2. Метод замены

Уравнение вида $Aa^{2x} + Ba^{x} + C = 0$, где $A, B, C \in R$ – константы решается методом замены.

Алгоритм решения показательного уравнения методом введения новой переменной:

1. определить возможность переписать данное уравнение в новом виде, позволяющем ввести новую переменную;
2. вводим новую переменную;
3. решаем уравнение относительно новой переменной;
4. записываем ответ.

Пример:

$9^{x} - 2 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0$	Заданное уравнение
$3^{2x} - 2 \cdot 3^{x} \cdot 3 - 27 = 0$	Применим свойства степени
$(3^{x})^2 - 6 \cdot 3^{x} - 27 = 0$	Применим свойства степени
$3^{x} = t$	Введём новую переменную
$t^2 - 6t = 27 = 0$	Приведём к квадратному уравнению
$t = 9, \quad t = -3$	Решим квадратное уравнение
$3^{x} = 9 \Rightarrow x = 2;\ \ 3^{x} = -3 \ \Rightarrow x = \emptyset$	Выполним обратную подстановку и вычислим x
Ответ: $x = 2$	

3. Метод выноса за скобки

Признаки показательного уравнения, решаемого вынесением общего множителя за скобки:

1) все степени имеют одинаковые основания;

2) все показатели степеней имеют одинаковые коэффициенты при переменных.

Количество степеней может быть любым. Общий вид уравнения

$k_1 a^{kx+b_1} + k_2 a^{kx+b_2} + \ldots + k_n a^{kx+b_n} = d$.

Алгоритм решения показательного уравнения методом выноса за скобки:

1. Выносить за скобки можно степень с любым показателем, но удобнее всего в качестве общего множителя вынести степень с наименьшим показателем если основание а > 1, с наибольшим – при а < 1.
2. Вынести за скобки общий множитель – значит, каждое слагаемое разделить на этот множитель. При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней вычитаем. При вычитании наименьшего показателя получим все степени с положительными показателями (в противном случае появятся степени с отрицательными показателями и придётся иметь дело с дробями, что менее удобно).

3. Выполним арифметические вычисления в скобках и получим уравнение вида: $a^{kx+b} \cdot c = d$.
4. Обе части уравнения разделим на c $a^{kx+b} = \frac{d}{c}$.
5. Получаем простейшее показательное уравнение и решаем его.
6. Записываем ответ.

$3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$	Заданное уравнение
$3^{x-2}\left(\frac{3^{x+1}}{3^{x-2}} - \frac{2 \cdot 3^{x-2}}{3^{x-2}}\right) = 25$	Степень с наименьшим показателем, то есть 3^{x-2} выносим за скобки
$3^{x-2}\left(3^{x+1-(x-2)} - 2\right) = 25$	Преобразуем, используя свойства степеней
$3^{x-2}(3^{x+1-x+2} - 2) = 25$	Выполним преобразования в скобках
$3^{x-2}(3^3 - 2) = 25$	Выполним преобразования в скобках
$3^{x-2} \cdot 25 = 25$	Выполним арифметические вычисления
$3^{x-2} = 1 \Rightarrow 3^{x-2} = 3^0 \Rightarrow x = 2.$	Разделим обе части уравнения на 25 и решим простейшие показательные уравнения
Ответ: $x = 2$	

Решение этого уравнения можно рассмотреть другим способом:

Используя свойства степеней, запишем уравнение в виде:

$3^{x+1} = 3^x \cdot 3^1 = 3 \cdot 3^x;$

$3^{x-2} = 3^x \cdot 3^{-2} = \frac{1}{9} \cdot 3^x;$

Уравнение примет вид: $3 \cdot 3^x - \frac{2}{9} \cdot 3^x = 25.$ Вынесем общий множитель 3^x за скобки.

$3^x\left(3 - \frac{2}{9}\right) = 25;$ $3^x \cdot \frac{25}{9} = 25;$ $3^x = \frac{25 \cdot 9}{25};$ $3^x = 9;$ $3^x = 3^2;$ $x = 2.$

Ответ: x = 2.

4. Метод деления

Метод почленного деления заключается в том, чтобы разделить каждый член уравнения, содержащий степени с одинаковыми показателями, но разными основаниями, на одну из степеней. Он применяется для решения однородных показательных уравнений. Общий вид уравнения: $A \cdot a^x + B \cdot b^x + C \cdot c^x = 0$.

Алгоритм решения показательных уравнений методом деления:

- Разделить уравнение на степень с любым основанием, но лучше делить на степень с наименьшим основанием.
- Получим уравнение, которое решаем методом замены.
- Записываем ответ.

Пример 1:

$3\cdot 4^x+2\cdot 9^x-5\cdot 6^x=0$	Заданное уравнение
$3\cdot\frac{4^x}{4^x}+2\cdot\frac{9^x}{4^x}-5\cdot\frac{6^x}{4^x}=0$	Делим на степень 4^x
$3+2\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^x-5\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^x=0$	Преобразуем уравнение по свойству степеней
$3+2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-5\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^x=0$	Преобразуем уравнение по свойству степеней, далее используем метод замены
$\left(\frac{3}{2}\right)^x=t$	Введём новую переменную
$2t^2-5t+3=0$	Приведём к квадратному уравнению
$t=1,\ \ t=\frac{3}{2}$	Решим квадратное уравнение
$\left(\frac{3}{2}\right)^x=1\Rightarrow x=0$ $\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{3}{2}\Rightarrow x=1$	Выполним обратную подстановку и вычислим x
Ответ: $x=0,\ \ x=1.$	

Пример 2:

Решить уравнение: $6\cdot 25^{\mathrm{x}}-5\cdot 10^{\mathrm{x}}-\ 4^{\mathrm{x}}=0.$

Решение:

Запишем уравнение в виде: $6(5^2)^{\mathrm{x}}-\ 5(5\cdot 2)^{\mathrm{x}}-(2^2)^{\mathrm{x}}=0;$

$6\cdot 5^{2\mathrm{x}}-\ 5\cdot 5^{\mathrm{x}}\cdot\ 2^{\mathrm{x}}-\ 2^{2\mathrm{x}}=0;$ Разделим обе части полученного уравнения на $5^{2\mathrm{x}}\ \Rightarrow 6-5\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{\mathrm{x}}-\left(\frac{2}{5}\right)^{2\mathrm{x}}=0.$ Выполним замену: $\left(\frac{2}{5}\right)^{\mathrm{x}}=t$. Тогда: $6-5t-\ t^2=0.$

Перепишем уравнение в виде: $t^2+5t^2-6=0$

Решим квадратное уравнение относительно t.

$t_1=1, t_2=-6\Rightarrow\left(\frac{2}{5}\right)^{\mathrm{x}}=1,\quad \left(\frac{2}{5}\right)^x\neq-6.\ \left(\frac{2}{5}\right)^{\mathrm{x}}=\left(\frac{2}{5}\right)^0,\quad \mathrm{x}=0.$

Ответ: x = 0

5. Функционально-графический метод

Метод основан на использовании графических иллюстраций.

Алгоритм решения показательных уравнений графическим методом:

1. Левую и правую части уравнения представить в виде функций;
2. Построить графики обеих функций в одной системе координат;
3. Найти точки пересечения графиков, если они есть;
4. Указать абсциссы точек пересечения, это корни уравнения.

Образцы решения уравнений:

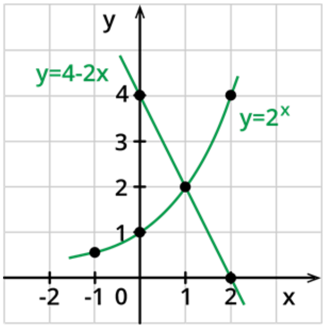
Пример:

Решить уравнение $2^x = 4 - 2x$.

Построим графики функций

$y = 2^x$ и $y = 4 - 2x$.

Точка пересечения



графиков (1;2) удовлетворяет уравнениям

$y = 2^x$ и $y = 4 - 2x$.

Точка пересечения единственная, так как $y = 2^x$ – возрастающая функция, а $y = 4 - 2x$ – убывающая функция. Корнем уравнения

$2^x = 4 - 2x$ является первая координата точки пересечения x =1.

Показательные неравенства

Показательными неравенствами называются неравенства вида: $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, где a – положительное число, отличное от 1, и неравенства, сводящиеся к этому виду.

Теорема: Если $\boldsymbol{a > 1}$, то показательное неравенство

$\boldsymbol{a^{f(x)} > a^{g(x)}}$ равносильно неравенству того смысла:

$\boldsymbol{f(x) > g(x)}$.

Если $\boldsymbol{0 < a < 1}$, то показательное неравенство $\boldsymbol{a^{f(x)} > a^{g(x)}}$ равносильно неравенству противоположного смысла:

$\boldsymbol{f(x) < g(x)}$.

Образцы решения:

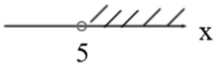
Пример 1.

Решить неравенство: $2^{2x-4} > 64$.

Решение:

Неравенство преобразуем: $2^{2x-4} > 2^6$. Так как $\boldsymbol{a > 1}$, то это неравенство равносильно неравенству того же смысла

$2x - 4 > 6$, откуда $x > 5$.



Ответ: $x \epsilon (5;\ \infty)$

Пример 2.

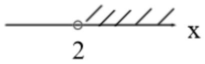
Решить неравенство: $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3,5} < \frac{1}{\sqrt{3}}$,

Решение:

Воспользуемся тем, что $\frac{1}{\sqrt{3}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$, перепишем заданное неравенство в виде:

$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3,5} < \left(\frac{1}{3}\right)^{0,5}$. Здесь основанием служит число $\frac{1}{3} < 1$. Значит, рассматриваемое неравенство равносильно неравенству противоположного смысла $2x - 3,5 > 0,5$, откуда находим: $x > 2$.

Ответ: $x \epsilon (2; +\infty)$.



Пример 3.

Решить неравенство: $0,5^{x^2-3x} < 0,5^{3x-8}$

Так как $0,5 < 1$, то заданное неравенство равносильно неравенству противоположного смысла $x^2 - 3x > 3x - 8$, т.е. $x^2 - 6x + 8 > 0$

Найдем корни квадратного трехчлена $x^2 - 6x + 8$

$x_1 = 2$, $x_2 = 4$.

Значит, неравенство $x^2 - 6x + 8 > 0$

имеет смысл при $x < 2$, или $x > 4$.

Ответ: $x \epsilon (-\infty; 2) \cup (4; \infty)$.

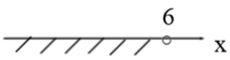
Пример 4.

Решить неравенство $3^{6-x} > 1$.

Решение: $3^{6-x} > 3^0$, так как $3 > 1$, то это неравенство равносильно неравенству того же смысла $6 - x > 0$. Отсюда следует $-x > -6$.

Умножим правую и левую часть неравенства на (-1). Знак неравенства поменяется на противоположный $x < 6$.

Ответ: $x \epsilon (-\infty; 6)$.



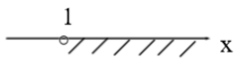
Пример 5.

Решить неравенство $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} < \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$.

Решение:

Воспользуемся тем, что $\frac{7}{3} = \left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$. И запишем неравенство в виде: $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} < \left(\frac{3}{7}\right)^{-7x+3}$. Так как $\frac{3}{7} < 1$, то неравенство равносильно неравенству противоположного смысла:

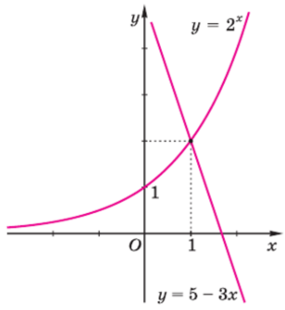
$3x - 7 > -7x + 3$; $10x > 10$; Отсюда следует, $x > 1$.



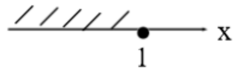
Ответ: $x \epsilon (1; \infty)$.

Пример 6.

Решить неравенство $2^x \leq 5 - 3x$.



Строим графики функций: $y = 2^x$ и $y = 5 - 3x$ и найдем, при каких значениях аргумента x точка графика первой функции лежит ниже точки графика второй. Видим, что графики пересекаются в точке (1; 2). Если $x \leq 1$ то $2^x \leq 2^1$, а $5 - 3x \geq 5 - 3 \cdot 1$, так как $y = 2^x$ возрастает, а функция $y = 5 - 3x$ убывает. Значит, при $x \leq 1$ истинно неравенство $2^x \leq 2 \leq 5 - 3x$. А если $x > 1$, то $2^x > 2^1$, $5 - 3x < 5 - 3 \cdot 1$ и поэтому истинно неравенство $2^x > 2 > 5 - 3x$, из которого следует, что ни одно число, больше 1. Не является решением данного неравенства. То есть $x \leq 1$. Ответ: x ϵ $(-\infty; 1]$



Тест по теории «Показательные уравнения и неравенства»

1. Уравнение, содержащее неизвестную величину в показателе степени, называется:

   1). Тригонометрическим;

   2). Квадратным;

   3). Показательным; +

   4). Линейным.

2. Установите соответствие между уравнениями и способами их решения:

A	$6 \cdot 25^x - 5 \cdot 10^x - 4^x = 0$	1	Функционально-графический метод
B	$3^{x+2} - 3^x = 72$	2	Метод замены
C	$2^{2x-4} = 64;$	3	Метод выноса за скобки
D	$(\frac{1}{3})^x = 3 + 1$	4	Метод уравнивания показателей

Неравенство, содержащее неизвестную величину в показателе степени, называется:

1). Логарифмическим;

2). Квадратным;

3). Показательным; +

4). Линейным.

3. Решением неравенства $0{,}5^x > 0{,}5^{-15}$ является промежуток:

1) $x > -15$; 2) $x \geq -15$; 3) $x < -15$; + 4) $x \leq -15$;

4. Какой знак надо поставить между x и 3, чтобы получилось верное неравенство $5^x \geq 5^3$:

1) $>$; 2) $\geq$; + 3) $<$; 4) $\leq$.

5. Выберите неравенство, решением которого является промежуток $x \in [2;\ \infty)$:

1) $(\frac{3}{4})^x \leq \left(\frac{3}{4}\right)^2$;+ 2) $(\frac{3}{4})^x < \left(\frac{3}{4}\right)^2$;

3). $(\frac{3}{4})^x \geq \left(\frac{3}{4}\right)^2$; 4). $(\frac{3}{4})^x > \left(\frac{3}{4}\right)^2$;

Практическая часть «Показательные уравнения и неравенства»

Уравнения для самостоятельного решения:

1. $3^x = 9$; Ответ: 2.	2. $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$; Ответ: 3.
3. $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 1$; Ответ: 0.	4. $\left(5^{x^{2+x}}\right)^{3-x} = 1$; Ответ: -2;3.
5. $0{,}5^x = 0{,}125$; Ответ: 3.	6. $2^{x+1} = 4$; Ответ: 1.
7. $10^x = \sqrt[4]{1000}$; Ответ: 0,75.	8. $5^{3x-1} = 0{,}2$; Ответ: $\frac{2}{3}$.
9. $5^x = \frac{1}{\sqrt[3]{25}}$; Ответ: $-\frac{2}{3}$.	10. $6^{2x-8} = 216^x$. Ответ: 5,5.

Решить уравнения методом замены:

1. $2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 10 = 0$; Ответ: 1.
2. $\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0$; Ответ: -1.
3. $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$; Ответ: 1; -1.
4. $4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0$; Ответ: 1.
5. $0{,}01^x + 9{,}9 \cdot (0{,}1)^x - 1 = 0$; Ответ: 1.
6. $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0$; Ответ: 3.

Решить уравнения методом выноса за скобки:

1. $3^{x+2} - 3^x = 72$; Ответ: 2.
2. $2^x - 2^{x-4} = 15$; Ответ: 4.
3. $3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 3159$; Ответ: 5.
4. $2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$; Ответ: 8.

5. $3^{x^2+1} + 3^{x^2-1}=270$; Ответ: 2; -2.

6. $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$; Ответ: 0.

7. $5^{2x+1} - 3 \cdot 5^{2x-1} = 550$; 1,5.

Решить уравнения методом деления:

1. $18^x - 8 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^x = 0$; Ответ: 2.
2. $2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 10^x - 5 \cdot 5^{2x} = 0$; Ответ: -1.
3. $3^{2x+1} - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 7^{2x} = 0$; Ответ: -1.
4. $5 \cdot 3^{2x} + 7 \cdot 15^x - 6 \cdot 25^x = 0$; Ответ: 1.
5. $2^{2+x} - 2^{2-x} = 6$. Ответ: 0,5.

Решить уравнения графически:

1. $2^x = x + 2$; Ответ: 2. 2. $2^x = x^2$; Ответ: 2.

Неравенства для самостоятельного решения:

1. $5^x < 625$; Ответ: $x \in (-\infty; 4)$.	2. $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \frac{1}{8}$; Ответ: $x \in [3;\infty)$.
3. $\left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{8}{27}$; Ответ: $x \in (-\infty; 3)$.	5. $2^{x+1} < 32$; Ответ: $x \in (-\infty; 4)$.
5. $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 81$; Ответ: $x \in (-\infty; -4)$.	6. $2^x > \frac{1}{64}$; Ответ: $x \in (-6; \infty)$.
7. $3^x \leq 1$; Ответ: $x \in (-\infty; 0]$.	8. $(0{,}1)^{5x-9} < 0{,}001$; Ответ: $x \in (2{,}4; \infty)$.
9. $4^{5x-1} > 16^{3x+2}$; Ответ: $x \in (-0{,}5; \infty)$.	10. $2^{3x-6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$; Ответ: $x \in (-\infty; 1{,}6]$.
11. $\left(\frac{7}{12}\right)^{-2x+3} > \left(\frac{12}{7}\right)^{3-2x}$; Ответ: $x \in (1{,}5; \infty)$.	12. $2 \cdot \sqrt{2 \cdot 2^{x-3}} \geq \frac{1}{2}$; Ответ: $x \in [0{,}5;\infty)$.
13. $\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{5} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-1}$; Ответ: $x \in (-\infty; -0{,}25]$.	14. $0{,}6^{x^2-x} \geq \left(\frac{3}{5}\right)^6$; Ответ: $x \in [-2; 3]$.
15. $0{,}9^{x^2-4x} < \left(\frac{10}{9}\right)^3$; Ответ: $x \in (-\infty; 1) \cup (3; \infty)$.	16. $19^{\frac{2x-3}{x+2}} > 1$; Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (1{,}5; \infty)$.
17. $4^x \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^x \leq 2{,}25$; Ответ: $x \in (-\infty; 2]$	18. $2^x \leq 5 - 3x$;

	Ответ: $x \in (-\infty; 1]$.

Лекция

Логарифмические уравнения и неравенства

Определение: уравнение вида $\log_a x = b$, где $a > 0, a \neq 1$, называется простейшим логарифмическим уравнением.

При решении логарифмических уравнений и неравенств пользуются свойствами логарифмов:

1. $\mathbf{\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)}$
2. $\boldsymbol{\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}}$
3. $\boldsymbol{\log_a x^n = n \cdot \log_a x}$
4. $\boldsymbol{\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b}$
5. $\boldsymbol{\log_a a = 1}$
6. $\boldsymbol{\log_a 1 = 0}$
7. $\boldsymbol{\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \cdot \log_a b}$
8. $\boldsymbol{\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b}$
9. $\boldsymbol{\log_a b = \frac{1}{\log_b a}}$

а также свойствами логарифмической функции:

$y = log_a x, a > 0, a \neq 1$

1) Область определения: x > 0;

2) Область значений: $y \in R$;

3) $log_{x_1} = log_{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2$

4) При , $a > 1$ функция $y = log_a x$ возрастает, при $0 < a < 1$ функция $y = log_a x$ убывает при всех x > 0, т.е. $a > 1$

и $log_{x_1} > log_{x_2} \Leftrightarrow x_1 > x_2$. $0 < a < 1$ и

$log_{x_1} > log_{x_2} \Leftrightarrow x_1 < x_2$.

При переходах от логарифмических уравнений (неравенств) к уравнениям (неравенствам), не содержащим знака логарифма, следует учитывать область допустимых значений (ОДЗ) исходного уравнения (неравенства).

Методы решения логарифмических уравнений:

1. **Уравнение вида $\log_a x = b$, где $a > 0, a \neq 1$,** решается по определению логарифма, т.е. решение можно записать в виде: $x = a^b$, находим область допустимых значений.

   ОДЗ: $x > 0$.

Пример:

$log_3 x = 2$ ОДЗ: $x > 0$ (подставим вместо x получившийся корень и проверим верность неравенства)

$x = 3^2$ $9 > 0$ верно

$x = 9$

Ответ: $x = \mathbf{9}$.

2. **Уравнение вида $\log_a f(x) = b$, где $a > 0, a \neq 1$,** решается по определению логарифма, т.е. решение можно записать в виде: $f(x) = a^b$, находим область допустимых значений.

ОДЗ: $f(x) > 0$.

Пример:

$\log_4(2x - 2) = 3$ ОДЗ: $2x - 2 > 0$(подставим вместо x получившийся корень и проверим верность неравенства)

$2x - 2 = 4^3$ $2x > 2$

$2x - 2 = 64$ $x > 1$

$2x = 66$ $33 > 1$ верно

$x = 33$

Ответ: $x = \mathbf{33}$

3. **Уравнение вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, где $a > 0, a \neq 1$,** решается методом потенцирования, т.е. решение можно записать в виде: $f(x) = g(x)$, находим область допустимых значений.

ОДЗ: $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$

Пример:

$\log_4(3x - 6) = \log_4(x + 4)$, методом потенцирования получается:

$3x - 6 = x + 4$

$2x = 10$

$x = 5$

ОДЗ: $\begin{cases} 3x - 6 > 0 \\ x + 4 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x > 6 \\ x > -4 \end{cases}$ $\begin{cases} x > 2 \\ x > -4 \end{cases}$ $\begin{cases} 5 > 2 \text{ верно} \\ 5 > -4 \text{ верно} \end{cases}$

(подставим в систему вместо x получившийся корень и проверим верность неравенств)

Ответ: $x = \mathbf{5}$

4. **Уравнение вида:** $\boldsymbol{a log_m^2 x - b log_m x - c = 0}$

решается методом замены переменной.

Пример:

$\log_4{}^2 x - \log_4 x - 6 = 0$

Пусть $\log_4 x = y$, тогда получим квадратное уравнение

$y^2 - y - 6 = 0$

$D = 1 + 24 = 25$

$y_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$

Обратная подстановка:

$\log_4 x = 3$	$\log_4 x = -2$	ОДЗ: $x > 0$
$x = 4^3$	$x = 4^{-2}$	$64 > 0$ верно
$x = 64$	$x = \frac{1}{16}$	$\frac{1}{16} > 0$ верно

Ответ: 64, $\mathbf{\frac{1}{16}}$.

5. **Использование свойств логарифмов**

Примеры:

1) $\lg(x + 1) + \lg(x + 4) = 1$

Решение:

По свойству логарифма преобразуем левую часть

$\lg(x + 1) + lg(x + 4) = \lg((x + 1)(x + 4))$.

А правую часть запишем по определению логарифма следующим образом: $1 = \lg 10$

Рассмотрим область определения: $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x + 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > -4 \end{cases} \Rightarrow$ ОДЗ: $(-1; \infty)$.

Уравнение примет вид: $\lg((x + 1)(x + 4)) = \lg 10 \Rightarrow (x + 1)(x + 4) = 10$.

Раскроем скобки, приведем подобные и в результате получили уравнение:

$x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 1;\ x_2 = -6$.

$x_2 = -6$ не является корнем этого уравнения, т. к. не принадлежит ОДЗ.

Ответ: $\boldsymbol{x = 1}$.

$\log_2(4 - x) = 2\log_2 5$ **Решение:**

чтобы уравнение решить методом потенцирования нужно

Рассмотрим область определения:

воспользоваться формулой

$\log_b a^k = k \cdot \log_b a$

$\log_2(4 - x) = \log_2 5^2$

$4 - x = 25$

$-x = 25 - 4$

$-x = 21$

$x = -21$

ОДЗ: $4 - x > 0$

$4 - (-21) > 0$

$25 > 0$

верное неравенство

Ответ: -21

2) $\log_2(8 + 7x) = \log_2(8 + 3x) + 1$

Решение: уравнения такого вида решаются уединением логарифмов в одной части уравнения:

$\log_2(8 + 7x) - \log_2(8 + 3x) = 1$

применим формулу

$\mathbf{\log_c a - \log_c b = \log_c \frac{a}{b}}$

$\log_2 \frac{8+7x}{8+3x} = 1$ решим уравнение по определению логарифма

$\frac{8 + 7x}{8 + 3x} = 2^1$

$8 + 7x = 2(8 + 3x)$

$8 + 7x = 16 + 6x$

$x = 8$

Ответ: 8

Рассмотрим область определения:

ОДЗ: $\begin{cases} 8 + 7x > 0 \\ 8 + 3x > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 8 + 7 \cdot 8 > 0 \\ 8 + 3 \cdot 8 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 64 > 0 \text{ верное неравенство} \\ 32 > 0 \text{ верное неравенство} \end{cases}$

6. Уравнение вида $\mathbf{\log_{f(x)} a = b}$, где а $> \mathbf{0}, \boldsymbol{f(x)} > \mathbf{0}, \boldsymbol{f(x)} \neq \mathbf{1}$, решается по определению логарифма, т.е. решение можно записать в виде: $\boldsymbol{a = (f(x))^b}$, находим область допустимых значений.

ОДЗ: $\begin{cases} \boldsymbol{f(x) > 0} \\ \boldsymbol{f(x) \neq 1} \end{cases}$

Пример:

$\log_{x-3} 81 = 4$

Решение: решается по определению логарифма

$(x - 3)^4 = 81$

$(x - 3)^4 = 3^4$

$x - 3 = 3$

$x = 6$

Ответ: 6

ОДЗ: $x - 3 > 0$ и

$x - 3 \neq 1$

$6 - 3 > 0$

$6 - 3 \neq 1$

$3 > 0 \quad 3 \neq 1$ условия верны

Логарифмические неравенства

Логарифмические неравенства – это неравенства вида $\log_a f(x) > \log_a g(x)$, где $a > 0$, $a \neq 1$ и неравенства, сводящиеся к этому виду.

1. Логарифмические неравенства решаются методом потенцирования (т.е. сокращением логарифмов с одинаковым основанием).
2. Решение логарифмических неравенств основывается на свойствах логарифмической функции: если основание логарифма больше 1, то знак неравенства не меняется, если основание логарифма больше 0, но меньше 1, то знак неравенства меняется на противоположный.

Пример 1:

$\mathbf{log_2(2x-4) \geq 3}$

решаем методом потенцирования, т.е. в правой части сначала надо получить логарифм с таким же основанием, для этого воспользуемся формулой $\mathbf{log_a a^n = n}$**,** таким образом получим, что $\log_2 2^3 = 3$, подставим это выражение в правую часть неравенства вместо числа 3

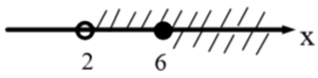
$\log_2(2x-4) \geq \log_2 2^3$, преобразуем правую часть, тогда получим следующее неравенство

$\log_2(2x-4) \geq \log_2 8$

Основание логарифма $\mathbf{2} > 1 \Rightarrow$ знак неравенства не меняется.

Запишем дальнейшее решение неравенства в виде системы, куда добавим ОДЗ логарифмической функции:

$\begin{cases} 2x-4 \geq 8 \\ \text{ОДЗ: } 2x-4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \geq 12 \\ 2x > 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x > 2 \end{cases}$



Ответ: $x \in [6; \infty)$

Пример 2. Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) < -2$, представим число -2 в виде логарифма с основанием $\frac{1}{3}$, то есть

$\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} < -2$, подставим это выражение в неравенство вместо числа -2, тогда получим неравенство вида

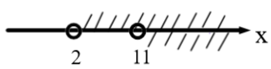
$\log_{\frac{1}{3}}(x-2) < \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$, преобразуем правую часть неравенства

$\log_{\frac{1}{3}}(x-2) < \log_{\frac{1}{3}} 3^2$,

$\log_{\frac{1}{3}}(x-2) < \log_{\frac{1}{3}} 9$, теперь справа и слева логарифмы с одинаковым основанием сокращаем и получим простое линейное неравенство, к решению данного неравенства сразу в систему допишем ОДЗ. $0 < \frac{1}{3} < 1 \Rightarrow$ знак неравенства меняется на противоположный

Запишем дальнейшее решение неравенства в виде системы, куда добавим ОДЗ логарифмической функции:

$\begin{cases} x-2 > 9 \\ \text{ОДЗ: } x-2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 11 \\ x > 2 \end{cases}$,



отметим точки на числовой прямой, и найдём

решение системы.

Ответ: $x \epsilon (\mathbf{11}; +\infty)$.

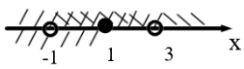
Пример 3.

$\mathbf{log_{\frac{1}{4}}}(x + \mathbf{1}) \geq \mathbf{log_{\frac{1}{4}}}(\mathbf{3} - x)$ решим методом потенцирования, решение запишем в виде системы, куда добавим ОДЗ обеих логарифмических функций.

Перед переходом к системе сравним основание логарифма с 1.

$0 < \frac{1}{4} < 1 \;\Rightarrow$ знак неравенства меняется на противоположный.

$$\begin{cases} x + 1 \leq 3 - x \\ \text{ОДЗ}: x + 1 > 0 \\ \text{ОДЗ}: 3 - x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \leq 2 \\ x > -1 \\ -x > -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x > -1 \\ x < 3 \end{cases}$$



отметим точки на числовой прямой, и найдём

решение системы

Ответ: $x \in (\mathbf{-1}; \mathbf{1}]$.

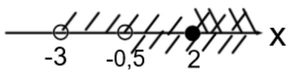
Пример 4:

$log_5(2x + 1) \geq log_5(x + 3)$ решим неравенство методом потенцирования, решение запишем в виде системы, куда добавим ОДЗ обеих логарифмических функций.

Перед переходом к системе сравним основание логарифма с 1.

$a = 5,\; a > 1 \;\Rightarrow$ знак неравенства не меняется на противоположный.

$$\begin{cases} 2x + 1 \geq \boldsymbol{x} + 3 \\ \text{ОДЗ}: 2x + 1 > 0 \\ \text{ОДЗ}: x + 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x > -0{,}5 \\ x > -3 \end{cases}$$



Ответ: $\boldsymbol{x} \in [\mathbf{2}; \infty)$.

Тест по теории «Логарифмические уравнения и неравенства»

1. Установите соответствие между логарифмическими уравнениями и методами решения

$\log_{\frac{1}{2}}(3x - 5) = -2$	Решение логарифмических уравнений с помощью свойств
$\log_3^2 x - \log_3 x = 2$	Решение логарифмических уравнений с помощью определения логарифма
$\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = \log_2 18$	Решение логарифмических уравнений методом замены

2. Каким должно быть основание логарифмического неравенства

   $\log_a(3x - 5) \geq \log_a(x - 3)$, чтобы выполнялось условие $3x - 5 \geq x - 3$?

   Ответы:

1). $a = 1$;

2). $a > 1; +$

3). $a \geq 1$;

4). $0 < a < 1$.

3. Известно неравенство $\log_5 x \leq \log_5 7$. Какой знак надо поставить между x и 7?

Ответы:

1) >;

2) ≥;

3) <;

4) ≤ . +

4. Какое уравнение является логарифмическим?

Ответы:

1) $\log_2(x^2 - 5) = 5$;+

2) $2^x = \sqrt{2}$;

3) $\sqrt{6 - 4x} = \sqrt{12}$;

4) $\sin x + \frac{1}{2} = 0$.

5. Какое из выражений записано верно:

Ответы:

1) $log_2 x > log_2 5 \Rightarrow x \geq 5$

2) $log_2 x \geq log_2 5 \Rightarrow x \geq 5$ +

3) $log_{0.2} x > log_{0.2} 5 \Rightarrow x > 5$

4) $log_2 x \leq log_2 5 \Rightarrow x < 5$

Практическая часть «Логарифмические уравнения и неравенства»

Неравенства для самостоятельного решения:

1) $\log_3(x - 8) \geq 1$

а) $x\epsilon(-\infty; 11)$ б) $x\epsilon(8; +\infty)$ в) $x\epsilon(11; +\infty)$ +

2) $\log_3(x + 1) < 2$

а) $x \in (-1; 8)$ + б) $x \in (-\infty; 8)$ в) $x \in (-1; 7)$

3) $\log_2(x - 5) \leq 2$

а) $x \in (5; 9)$ б) $x \in (5; 9]$ + в) $x \in (-\infty; 9)$

4) $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) \geq -2$

а) $x \in (1;10]$ + б) $x \in (-\infty;10]$ в) $x \in (1;10)$

5) $\log_{\frac{1}{3}}(x-7) > -2$

а) $x \in (7;16)$ + б) $x \in (-\infty;16)$ в) $x \in (7;+\infty)$

6) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) \geq -2$

а) $x \in (-0{,}5;1{,}5)$ + б) $x \in (1{,}5;+\infty)$ в) $x \in (-\infty;1{,}5)$

7) $\log_{\frac{1}{5}}(3x-5) > \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$

а) $x \in (\frac{5}{3};+\infty)$ б) $x \in (\frac{5}{3};3)$ + в) $x \in (3;+\infty)$

8) $\log_{0,3}(2x+5) \leq \log_{0,3}(x+1)$

а) $x \in (-4;+\infty)$ б) решений нет в) $x \in (-1;+\infty)$ +

9) $\log_2(2x-1) > \log_2(x+1)$

а) $x \in (2;+\infty)$ + б) решений нет в) $x \in (-\infty;1)$

11) $\log_5(2x+6) \geq \log_5(x+8)$

а) $x \in (-\infty;-3)$ б) $x \in (-8;2]$ в) $x \in (-3;2]$ +

Уравнения для самостоятельного решения:

№	1 вариант	2 вариант
1	$\log_2(4-x)=7$ Ответ: -124	$\log_3(4-x)=4$ Ответ: -77
2	$\log_5(4+x)=2$ Ответ: 21	$\log_3(9+x)=4$ Ответ: 72
3	$\log_5(5-x)=\log_5 3$ Ответ:2	$\log_3(14-x)=\log_3 5$ Ответ: 9
4	$\log_4(x+3)=\log_4(4x-15)$ Ответ: 6	$\log_3(x+4)=\log_3(2x-12)$ Ответ: 16
5	$\log_{\frac{1}{7}}(7-x)=-2$ Ответ: -42	$\log_{\frac{1}{7}}(7-3x)=-2$ Ответ: -14
6	$\log_3(5-x)=2\log_3 5$ Ответ: -20	$\log_3(7-x)=3\log_3 5$ Ответ: -118
7	$\log_5(7-x)=\log_5(3-x)+1$ Ответ: 2	$\log_6(4-x)=\log_6(3+x)+1$ Ответ: -2
8	$\log_2(2x-18)+\log_2(x-9)=5$ Ответ: 1; 9	$\log_2(x-5)+\log_2(x+2)=3$ Ответ:6
9	$\log_{x-5} 49=2$ Ответ: 12	$\log_{x-8} 25=2$ Ответ: 13
10	$\log_2{}^2 x+\log_2 x-6=0$ Ответ: 4; 0,125.	$\log_2{}^2 x-3\log_2 x-4=0$ Ответ: 16; 0,5.

№	3 вариант	4 вариант
1	$\log_6(3-x)=2$ Ответ: -33	$\log_2(7-x)=6$ Ответ: -57
2	$\log_2(8+x)=3$ Ответ: 0	$\log_2(3+x)=5$ Ответ: 29
3	$\log_2(16+x)=\log_2 3$ Ответ: -13	$\log_5(1+x)=\log_5 4$ Ответ: 3
4	$\log_9(x+6)=\log_9(4x-9)$ Ответ: 5	$\log_4(x+8)=\log_4(5x-4)$ Ответ: 3
5	$\log_{\frac{1}{4}}(9-5x)=-3$ Ответ: -11	$\log_{\frac{1}{8}}(13-x)=-2$ Ответ: -51
6	$\log_2(9-x)=2\log_2 3$ Ответ: 0	$\log_2(11-x)=4\log_2 5$ Ответ: -614
7	$\log_3(3+2x)=\log_3(1-2x)+1$ Ответ: 0	$\log_4(5-x)=\log_4(2-x)+1$ Ответ: 1
8	$\lg(x-1)-\lg(2x-11)=\lg 2$ Ответ: 7	$\log_5(7-x)=\log_5(3-x)+1$ Ответ: 2
9	$\log_{x-2}16=2$ Ответ: 6	$\log_{x+6}32=5$ Ответ: -4
10	${\log_2}^2 x-4\log_2 x+3=0$ Ответ: 2; 8.	${\log_4}^2 x-\log_4 x-2=0$ Ответ: 16; 0,25.

Список литературы

1. Алгебра и начала математического анализа: 10 класс: в 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) [А.Г. Мордкович, П.В. Семенов]; под ред. К.И. Куровского – Москва: Мнемозина, 2020. - 457 с. – ISBN: 978-5-346-01200-9 / - Текст: непосредственный.
2. Алгебра и начала математического анализа: 11 класс: в 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) [А.Г. Мордкович, П.В. Семенов]; под ред. К.И. Куровского – Москва: Мнемозина, 2020. - 351 с. – ISBN 978-5-346-03199-4/ - Текст: непосредственный.
3. Алгебра и начала математического анализа: 10 класс: в 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) [А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Звавич]; под ред. К.И. Куровского - Москва: Мнемозина, 2020. - 336 с. – ISBN: 978-5-346-01202-3/ - Текст: непосредственный.
4. Алгебра и начала математического анализа: 11 класс: в 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) [А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Звавич]; под ред. К.И. Куровского - Москва: Мнемозина, 2020. - 137 с. – ISBN: 978-5-346-02411-8/ - Текст: непосредственный.

Дополнительные источники:

1. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. - URL: http://school-collection.edu.ru / (дата обращения: 08.07.2021). - Текст: электронный.
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». - URL: http://window.edu.ru / (дата обращения: 02.07.2021). - Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека (НЭБ). - URL: http://www.elibrary.ru (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.
4. Открытый колледж. Математика. - URL: https://mathematics.ru / (дата обращения: 08.06.2021). - Текст: электронный.
5. Повторим математику. - URL: http://www.mathteachers.narod.ru / (дата обращения: 12.07.2021). - Текст: электронный.