**Приложение №1**

**к программе элективного курса**

**«Уравнения и неравенства,**

**содержащие переменную**

**под знаком модуля»**

**Теоретический материал**

**Введение. Определение модуля и его геометрический смысл.**

«Модуль» (от лат. modulus-мера)  ввёл английский математик Р. Котес  (1682–1716). Знак модуля – немецкий математик (в 1841г.) К. Вейерштрасс (1815–1897).

Модуль числа a  есть расстояние от нуля до точки a, рис.1

Модуль разности двух чисел равен расстоянию между точками числовой прямой, соответствующим этим точкам.

рис.2

Используя определение модуля и его  геометрический смысл, можно решить простейшие уравнения и неравенства с модулем. Простейшие уравнения и неравенства удобно решать с помощью равносильных преобразований:  возведение в квадрат и т.д.

**Таблица №1  Классификация уравнений и неравенств с модулем**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  п/п | **Уравнения** |  | **Неравенства** |
| 1 | рис.3 | 1 | рис.5 |
| 2 | рис.4 | 2 | рис.6 |
| 3 | рис.7 | 3 | рис.9  Совокупность двух систем *f* ≥ 0,*f* < 0 , |
| 4 | Два модуля  рис.8 | 4 | Два модуля  рис.10 |
| 5 | **Несколько модулей**.  Метод промежутков.  Находим корни подмодульных выражений.  Определим знак каждого пододульного выражения.  Составим  совокупность нескольких систем. | 6 | **Замена переменной**.  Обозначим │*f(x)*│ = *t, t*≥ 0  Полезны формулы  рис.11 |

**Таблица №2 «Решение уравнений и неравенств, содержащих модули».**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Уравнения** |  | **Неравенства** |
| 1 | │*f(x)*│ = *a*, *a*≥ 0, *a – const*  рис.14  1) │x2 - 5x│= 6,  2) │2x - 3│= 1,  3) ││x│- 2│= 4. | 1 | рис.16  рис.17 |
| 2 | рис.15  1) │x2 + x - 1│= 2x - 1,  2) │x2 + 3x - 10│= 3x - 1,  3) │x3- │x - 1││= 1. | 2 | рис.18  рис.19 |
| 3 | Совокупность двух систем  рис.20 | 3 | Совокупность двух систем  рис.21 |
| 4 | Два модуля  рис.22 | 4 | Два модуля  рис.23 |
| 5 | Несколько модулей.  рис.24 | 5 | Несколько модулей. Метод промежутков.  │*f(x)*│ ≥│*g(x)*│, *(f - g)(f + g)*≥ 0  1) │x2 - 2x│+ │x - 1│≤ x2,  2) │3 - x│- │x - 2│≤ 51,  3) │2x - 6│+ │4 - x│≤ │x - 2│. |
| 6 | Замена переменной.  │*f(x)*│ = *t*, *t*≥ 0, *f*2*= t*2  1) (x - 2)2 - 8│x - 2│+ 15 = 0,  2) x2 + │x│- 6 = 0,  3) x2 - 2x - 5│x - 1│+ 5 = 0. | 6 | Замена переменной.  рис.25  1) x2 - │x│- 12 ≥ 0,  2) 20 - 3x2 + 11│x │> 0,  3) x2 - 2x + 1 < 2│x - 1│. |

**1 раздел. Простейшие уравнения и неравенства с модулем.**

рис.26

 Пример №1. │x2 - 5x│ = 6

рис.27

Пример №2. │2x - 3│= 1

рис.28

 Пример №3 │x2 - 5x│ ≤ 6

рис.12

Ответ [-1;2] U [3;6]

Пример №4. │5x - 3│ ≤ 4

Решение. -4  ≤ 5x - 3 ≤ 4, -1  ≤ 5x ≤ 4, -0,2  ≤ x ≤ 1,4,

Ответ [-0,2;1,4]

**Простейшие уравнения и неравенства с модулем.**

рис.13

Пример №1. │x2 - 5│ ≥ 4

рис.29

Ответ (-∞;-3] U [-1;1] U [3; +∞)

Пример №2. │5x - 3│≥ 2

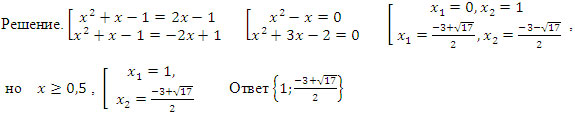
рис.30

Ответ (-∞;0,2] U [1; +∞)

**2 раздел.Простейшие уравнения и неравенства с модулем.**

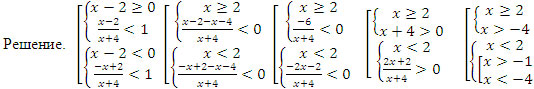
рис.31

Пример №1. │x2 + x - 1│= 2x - 1, x ≥ 0,5



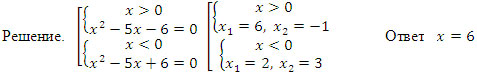
**3 раздел. Совокупность двух систем.**

Пример № рис.33



Ответ (-∞;-4] U [-1; +∞)

Пример №2. рис.35



**4 раздел.  Два модуля**

рис.37

Пример №1. │-x2 + x - 1│= │-x2 + 2x + 3│,

рис.38

Ответ {-4; 2; -0,5}

**рис.39**

 Пример №1.  │x + x2 - 3│≤ │x - 2 + 2x2│

Решение. (x + x2 - 3 + x - 2 + 2x2)(x + x2 - 3 - x + 2 - 2x2) ≤ 0

(2x + 3x2 - 5)(-x2 - 1) ≤ 0, (2x + 3x2 - 5)(x2 + 1) ≥ 0, (2x + 3x2 - 5) ≥ 0

рис.40

Пример №2. │3x - 1│< │2x - 5│

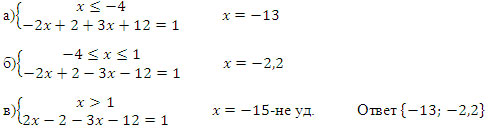
(3x - 1 + 2x - 5) (3x - 1 - 2x + 5) < 0, (5x - 6)(x + 4) < 0, -4 < x < 1,2

Ответ (-4; 1,2)

**5 раздел. Несколько модулей. Метод промежутков.**

Пример №1. 2│x - 1│- 3│x + 4│= 1

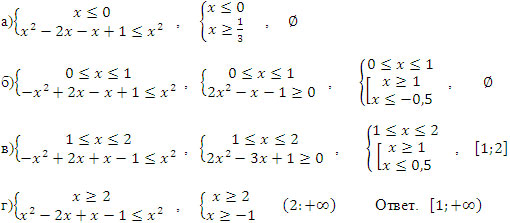
Решение. x1 = 1, x2 = -4



 Пример №2. │ x2 - 2x│+ │x - 1│≤ x2

Решение. │ (x - 2)x│+ │x - 1│≤ x2

x1 = 0, x2 = 2, x3 = 1

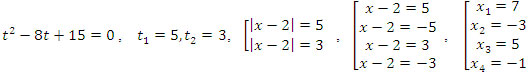


**6 раздел. Замена переменной.**

рис.43

Пример №1 (x - 2)2 - 8│x -2│+ 15 = 0

Решение.  │x -2│=*t, t*>0



Ответ {-3; -1; 5; 7}

Пример №2. x2 + │x │- 6 = 0

Решение.  │x │=*t, t*>0

*t*2 + *t* - 6 = 0, *t1* = -3,*t2* = 2, │x │= 2, x1 = -2, x2 = 2

Ответ  x1 = -2, x2 = 2

 Пример №1. x2 -│x │- 12 ≥ 0

Решение.  │x │=*t, t*>0

рис.45

**Приложение №2**

**к программе элективного курса**

**«Уравнения и неравенства,**

**содержащие переменную**

**под знаком модуля»**

**Дидактический материал**

1. Решите уравнение https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image068.png                                                                             **Ответ:**https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image069.png

1. Решите уравнение https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image070.png                                                                        **Ответ:** https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image071.png

1. Решите уравнение https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image072.png                                                           **Ответ:** https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image073.png

1. Решите уравнение https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image074.png                                              **Ответ:** https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image075.png

1. Решите уравнение https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image076.png                                          **Ответ:**https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image077.pnghttps://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image078.png

6.Решите уравнение https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image079.png                                                                     **Ответ:** 1

1. Решить уравнение|х^2-8х+5|=| х^2-5| **Ответ:**х= 1,25; х= 0,25
2. Решить уравнение х^2-6х+|х-4|+8=0 **Ответ: 1;3;4**
3. Решить уравнение |х-1|-2|х+3|+х+7=0 **Ответ: х-**любое число
4. Решить уравнение |2x – 1| = 5x – 10 **Ответ: х=3**
5. Решите неравенство https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image082.png                                          **Ответ:** https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image083.png

12. Решите неравенство https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image084.png                                                                **Ответ:** https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image085.png

13. Решите неравенство https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image086.png                                      **Ответ:** https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image087.png

14. Решить неравенствоhttps://documents.infourok.ru/443d6a70-b794-4095-9c06-904c2305243c/0/image042.png **Ответ:**https://documents.infourok.ru/443d6a70-b794-4095-9c06-904c2305243c/0/image049.png

15. Решить неравенство.https://documents.infourok.ru/443d6a70-b794-4095-9c06-904c2305243c/0/image050.png **Ответ:**https://documents.infourok.ru/443d6a70-b794-4095-9c06-904c2305243c/0/image055.png

16. Решить неравенство **Ответ:**

17.Решить неравенство **Ответ:** 

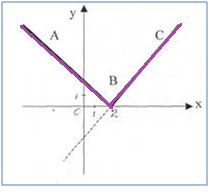
18.Решить неравенство **Ответ:**

19.Решить неравенство **Ответ:**

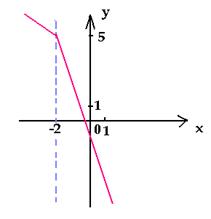
20. Решить неравенство

 **Ответ**:

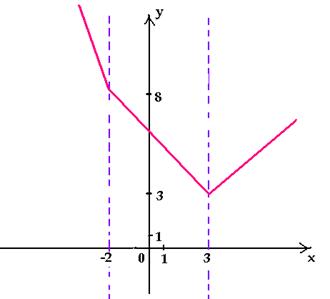
21. Построить график функции https://documents.infourok.ru/828ab300-6c37-48cb-880c-7e7434116e75/0/image123.gif.



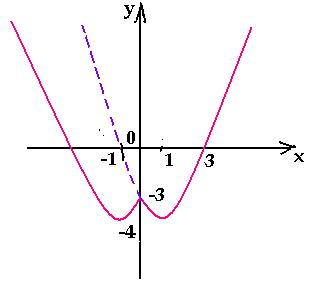
22.Построить график функции  у = | x + 2 | – 2x + 1



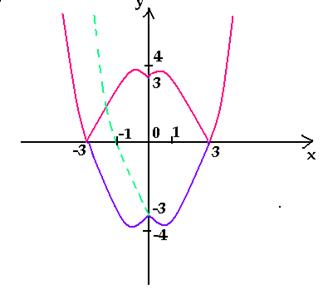
23.Построить график функции   у = | 3 – x | – x + | x + 2 | + 1.



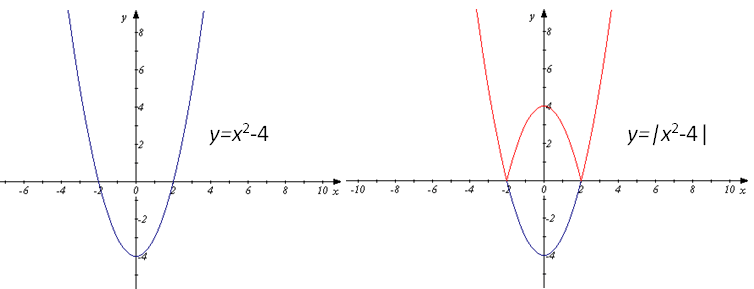
24. Построить график функции    у = х2 – 2| х | – 3



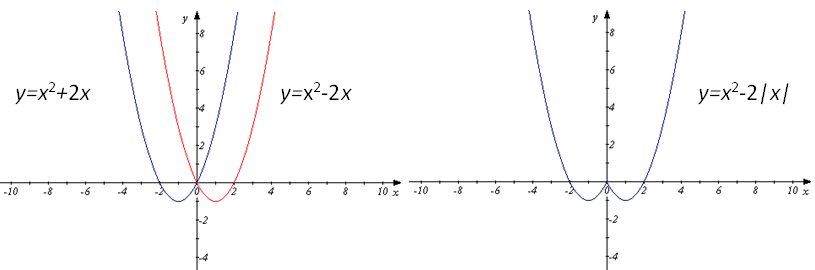
25. Построить график функцииy = | x2 – 2| х | – 3 |

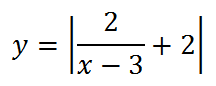


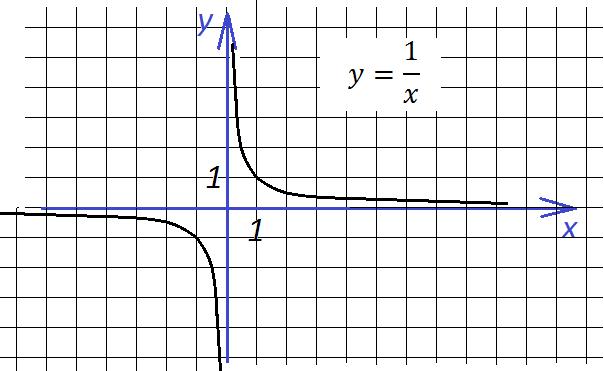
26.Построим график уравнения ***y=|x*2-4*|***

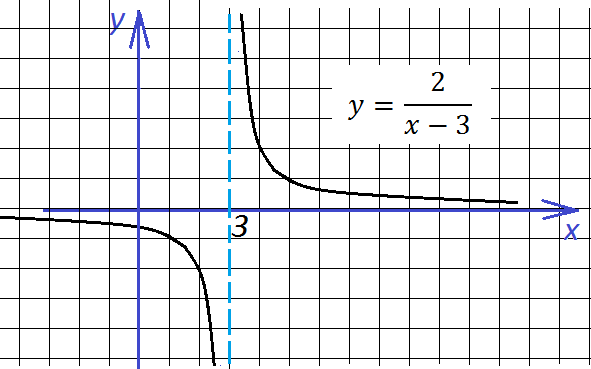


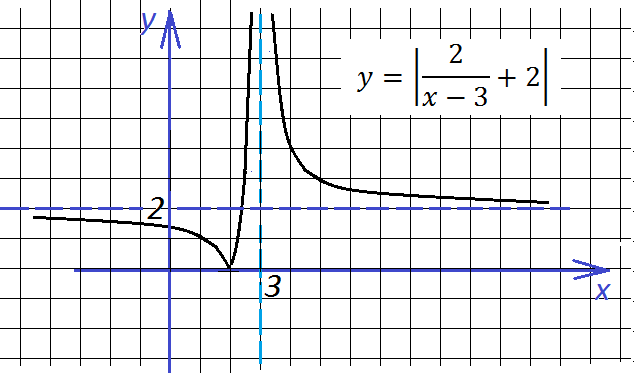
27.Построим график уравнения *y=*х2-2*|x|*.



28.Построим график уравнения 

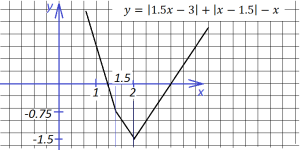




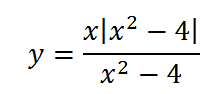


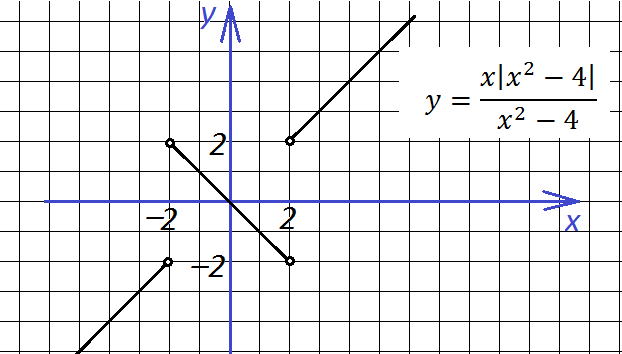
29.Построить график уравнения





30.Построить график уравнения

****

****

**Приложение №3**

**к программе элективного курса**

**«Уравнения и неравенства,**

**содержащие переменную**

**под знаком модуля»**

Тест №1

1.Решите уравнение:

https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image188.png

A) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image189.png    B) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image190.png             C) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image191.png            D) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image192.png             E) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image193.png

2.Решите уравнение

https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image194.png

A) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image195.png        B) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image196.png    C) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image197.png               D) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image198.png    E) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image199.png

3.Решите уравнение

https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image200.png

A) 3;5          B) – 3;- 5        C) – 5;3        D) 5; -3           E) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image201.png

4. Решите уравнение

https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image202.png

A) 6;-2         B) -6;-2           C) 6;2          D) -6;2            E) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image203.png

5. Решите уравнение

https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image204.png

A) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image205.png                B) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image206.png          C) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image207.png        D) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image208.png     E) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image209.png

6. Для каждого значения, *а* найдите число корней уравнения https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image212.png

A) при *a*< 0 нет корней                       B) при *a*< 0 нет корней

при*а* = 0 один корень                         при *а* = 0 один корень

при*а*> 0 два корня                              при *а*> 0 нет корней

C) при*a*< 0 два корня                         D) при *а* = 0 три корня

при*а* = 0 нет корней                          при *а*> 0 два корня

при*а*> 0 один корень                        при *a*< 0 один корень

E) при*a*< 0 три корня

при*а*> 0 два корня

при*а* = 0 нет корней

Тест №2

1.Решите уравнение https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image226.png

A) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image227.png          B) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image228.png    C) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image229.png     D) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image230.png       E) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image231.png

2.Решите уравнение https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image232.png

A) 0;1       B) -1;0             C) -1;1            D) 0      E) 1

3.Решите уравнение

https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image233.png

A) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image234.png               B) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image235.png           C) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image236.png        D) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image237.png       E) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image238.png

4.Решите уравнение

https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image239.png

A) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image240.png              B) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image241.png        C) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image242.png        D) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image243.png        E) https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image244.png

5.Решите уравнение при каждом значении параметра *а*https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image245.png

A) приhttps://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image246.png          B) при *а* = 3, *х* = *а*C) при https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image247.png

D) приhttps://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image248.png E) приhttps://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image249.png         F)нет решений

6,Решите уравнение https://documents.infourok.ru/4e3ee434-e697-4e17-af34-e368065e42a4/0/image250.png

A) 0;10     B) 10;10          C) 0      D) -10;0         E) -10;10

Тест №3

1.Решить уравнение:|x +1|–|x–2|+|3x+6|=5.

1) -14/3 2) 0 3) -14/3; 0 4) другое решение

2.Решить уравнение:|x2 –3x+2|=x2–3x+2

1) (-∞;1] 2) (-∞;1]U[2;+∞) 3) другое решение 4) [2;+ ∞)

1. Решить уравнение:|x|-x+3=|2x–3 |
2. другое решение 2) x≤0 3) x≤0; x=3 4) x=3

4. Решить уравнение:|2–x2|=3.

* 1. 2)другое решение 3)3; -3 4) 5; -5

5.Решитьуравнение:|2х + 3|=5.Если уравнение имеет несколько корней, то в ответе

запишите их сумму.

1)3 2)1 3) -4 4)-3

6. Решить уравнение: |х+ 1|= 3.

1)2;-4 2) -2; 4 3)-4 4)2

Тест №4

1. Решитьуравнение:|2x–5|–|3x–8|=0.Если уравнение имеет несколько корней,

то в ответе запишите их сумму.

1. другой ответ 2) 3 3) 2,6 4) 5,6

2. Решить уравнение:|5х+12|=8.

1) другой ответ 2) -4 3) -4;-0,8 4) -0,8

3.Найдите разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения

|3x–4|–|6 –2х|=0.

1. -4 2) -1 3) 4 4) 0

4. Решить уравнение:|7–13x|=6.

1) 1 2) 1;1/13 3) 1/13 4) другой ответ

5. Найдите сумму корней уравнения||x+3|–1|=1.

1) -9 2) -6 3) -3 4) -4

6. Решить уравнение: |x –3|–|x+5|=2.

1) другой ответ 2) -2 3) 3 4) -3

Тест №5

Решите уравнения:

1. |x|=5

a) x=5 b) x=-5 c) решений нет d) х – любое число е) х=5

2. |x-2|=1

a) x=3 b) x=1 c) x=3 и x=1 d) х – любое число е) решений нет

3. |x+4|=-3

a) x=-7 b) x=1 c) x=-7 и x=1 d) х – любое число е) решений нет

4. |у|+4=14

a) у=10 b) у =-10 c) у =18 и у =-18 d) у=10 и у =18 е) у=10 и у =-10

5. 7+|у|=7

a) у=14 b) у =14 и у =-14 c) решений нет d) у=0 е) у - любое число

Тест №6

Решите уравнения:

1. |x-5|·5=35

a) x=12 b) x=-2 c) x=7 d) х =12 и x=-2 е) х =12 и x=7

2. 15|x-5|+3=8|x|-39

a) x=6 b) x=-6 c) x=6 и x=-6 d) х – любое число е) решений нет

3. 5|x|-13=-2|x|+1

a) x=7 b) x=2 c) x– любое число d) х =7 и x=-7 е) x=2 и x=-2

4. -5,4|x|-3,6=-1,2-6|x|

a) x=4 b) x=8 c) x=4 и x=-4 d) х =8 и x=-8 е) х =4 и x=8

5. 4,5|2x-13|-35,7=-13,2

a) x=9 b) x=4 c) решений нет d) х =-9 и x=4 е) х =4 и x=9.