Применение функций в экономике

Экономическая образованность и экономическое мышление формируются не только при изучении курса экономики, но и на основе всего комплекса изучаемых предметов, математике здесь принадлежит особая роль. Это объясняется тем, что многие экономические проблемы поддаются анализу с помощью математического аппарата. Взаимодействие математики и экономики приносит обоюдную пользу: математика получает широчайшее поле для многообразных приложений, а экономика – могучий инструмент для получения новых знаний.

Математические функции находят широкое применение в экономической теории и практике. Спектр используемых в экономике функций весьма широк: от простейших линейных до функций, получаемых по определенному алгоритму с помощью так называемых рекуррентных соотношений, связывающих состояния изучаемых объектов в разные периоды времени.

Наряду с линейными, используются нелинейные функции, такие, как дробно-рациональные, степенные (квадратная, кубическая и т.д.), показательные (экспоненциальные), логарифмические и другие функции. Периодичность, колеблемость ряда экономических процессов позволяет также использовать тригонометрические функции.

Наиболее часто используются в экономике следующие функции: (слайд1)

1. *Функция полезности (функция предпочтений*) - в широком смысле зависимость полезности, т.е. результата, эффекта некоторого действия от уровня (интенсивности) этого действия.

2. *Производственная функция* - зависимость результата производственной деятельности от обусловивших его факторов.

3. *Функция выпуска (частный вид производственной функции)* - зависимость объема производства от наличия или потребления ресурсов.

4. *Функция издержек (частный вид производственной функции*) - зависимость издержек производства от объема продукции.

5. *Функции спроса, потребления и предложения* - зависимость объема спроса, потребления или предложения на отдельные товары или услуги от различных факторов (например, цены, дохода и т.п.).

Учитывая, что экономические явления и процессы обусловливаются действием различных факторов, для их исследований широко используются функции нескольких переменных. Среди этих функций выделяются мультипликативные функции, позволяющие представить зависимую переменную в виде произведения факторных переменных, обращающего его в нуль при отсутствии действия хотя бы одного фактора.

Используются также сепарабельные функции, которые дают возможность выделить влияние различных факторных переменных на зависимую переменную, и в частности, аддитивные функции, представляющие одну и ту же зависимую переменную как при суммарном, но раздельном воздействии нескольких факторов, так и при одновременном их воздействии.

Если действием побочных факторов можно пренебречь или удается зафиксировать эти факторы на определенных уровнях, то влияние одного главного фактора изучается с помощью функции одной переменной.

Приведем примеры:

1. *(*Слайд2) Рассмотрим зависимости спроса D (demant) и предложения S (supply) от цены на товар P (price). Чем меньше цена, тем больше спрос при постоянной способности населения. Обычно зависимость D от P имеет вид ниспадающей линии. В свою очередь, предложение растет с увеличением цены на товар

Рассматривая в одной системе координат кривые спроса и предложения, можно установить *равновесную цену* данного товара в процессе формирования цен в условиях конкурентного рынка (*паутинообразную модель*)

D(P) = S(P)

Цена P0 , при которой выполнено это условие, называется *равновесной*

При увеличении благосостояния населения кривая D поднимается вверх; при этом цена товара растет при неизменной кривой предложения S.

1. (слайд 3)Исследуя зависимости спроса на различные товары от дохода



(функции Л.Торнквиста), мы можем установить уровни доходов а1, а2 ,а3 , при которых начинается приобретение тех или иных товаров и уровни (точки) насыщения b1, b2 для групп товаров первой и второй необходимости. (слайд 5)

1. (слайд5) Изучая в теории потребительского спроса *кривые безразличия* (линии, вдоль которых полезность двух благ х и у одна и таже), например, задаваемые в виде

*ху = U,*

и линию бюджетного ограничения

*pxx + pyy = I*

при ценах благ *px* и *py* и доходе потребителя I, мы можем установить оптимальное количество благ х0 и у0, имеющих максимальную полезность U0.

1. (слайд 7) Рассматривая функции издержек (полных затрат) с(р) и дохода фирмы r(p), мы можем установить зависимость прибыли π(q) = с(р) - r(p), от объема производства, при которых производство продукции убыточно (0<q<q2) и приносит прибыль (q2<q<q4), дает максимальный убыток (q = q1) и максимальную прибыль (q = q3), и найти размеры этих убытков или прибыли.

Однако многим явлениям, в том числе экономическим, присуща многофакторная зависимость. Исследование таких зависимостей привело к введению функций нескольких переменных

Например (слайд 8)

1. Производственные функции

* функция Кобба-Дугласа

Z = b0x1b1x2b2;

* функция с постоянной эластичностью замещения

Z= e0[e1x1-β + e2x2-β]-h⁄β

где z – величина общественного продукта,

x1 –затраты труда,

x2 – объем производственных фондов

2. Функции полезности

* логарифмическая функция



* функция постоянной эластичности



Одним важным аспектов использования функций в экономике является также применении таблиц функций, которые позволяют сделать возможными различные расчеты, исключить или упростить громоздкие вычисления.

Пример: Имеются следующие данные о цене на нефть х (ден. ед.) и индексе акций нефтяных компаний y (усл. ед.)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 17.28 | 17.05 | 18.30 | 18.80 | 19.20 | 18.50 |
| y | 537 | 534 | 550 | 555 | 560 | 552 |

Найти эмпирическую формулу вида y = bx + a используя метод наименьших квадратов. Согласно методу наименьших квадратов неизвестные значения *a* и *b* линейной регрессии у = *a* + *b*х определим с помощью системы нормальных уравнений относительно *a* и *b*:



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **xi** | **yi** | **xiyi** | **xi2** |
| *17.28* | *537* | *9279.36* | *298.5984* |
| *17.05* | *534* | *9104.70* | *290.7025* |
| *18.30* | *550* | *10065.00* | *334. 8900* |
| *18.80* | *555* | *10434.00* | *353. 4400* |
| *19.20* | *560* | *10752.00* | *368.6400* |
| *18.50* | *552* | *10212.00* | *342.2500* |
| *109.13* | *3288* | *59847.06* | *1988.5209* |

Из таблицы имеем систему нормальных уравнений:



Ее решение b = 12.078, a = 328.32 дает искомую зависимость

y = 12.078x + 328.32. Таким образом, с увеличением цены нефти на 1 ден.ед индекс акций нефтяных компаний в среднем растет на 12,08 ед