**Определения, теоремы, следствия по геометрии 9 класса.**

1. **Определение вектора.**

* Такие физические величины, как сила, перемещение материальной точки, скорость, характеризующиеся не только своим числовым значением, но и направлением в пространстве называются **векторными величинами (векторами)**.
* Концы отрезка называют **граничными точками отрезка**.
* Отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая – концом, называется **направленным отрезком** или **вектором**. Обозначают или .

1. **Определение нулевого вектора.**

* Любая точка плоскости также является вектором. В этом случае вектор называется **нулевым.** Начало нулевого вектора совпадает с его концом. Обозначают или .

1. **Определение длины или модуля вектора.**

* **Длиной или модулем ненулевого вектора**  называется длина отрезка АВ. Обозначают или .

Длина нулевого вектора считается равной нулю .

1. **Определение коллинеарных векторов.**

* Ненулевые векторы называются **коллинеарными**, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.
* Нулевой вектор считается **коллинеарным** любому вектору.

1. **Определение сонаправленных векторов.**

* Если два ненулевых вектора коллинеарны и направлены одинаково, то они называются **сонаправленными**. Обозначают .
* Если два ненулевых вектора коллинеарны и противоположно направлены, то они называются **противоположно направленными**. Обозначают .
* Нулевой вектор сонаправлен с любым вектором.

1. **Определение равных векторов.**

* Векторы называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны. Обозначают .

1. **Утверждение об откладывании вектора от данной точки.**

* Если точка А – начало вектора , то говорят, что **вектор отложен то точки А**.

От любой точки М можно отложить вектор, равный данному вектору , и притом только один.

1. **Определение суммы векторов (правило треугольника).**

* Пусть и – два вектора. Отметим произвольную точку А и отложим от этой точки вектор , равный . Затем от точки В отложим вектор , равный . Вектор называется **суммой векторов и** . Обозначают + .

**B**

**A** **C**

Такое правило сложения векторов называется **правилом треугольника**.

* Для любого вектора справедливо равенство  **+ .**

1. **Законы сложения векторов.**

* Для любых векторов , и справедливы равенства:

**1°. (переместительный закон).**

**2°. (сочетательный закон).**

1. **Правило параллелограмма.**

* Пусть и – два вектора. Отложим от какой-нибудь точки А векторы и и построим параллелограмм ABCD. Тогда вектор равен + .

**B** **C**

+

**A**  **D**

Такое правило сложения векторов называется **правилом параллелограмма.**

1. **Определение суммы нескольких векторов (правило многоугольника).**

* Пусть , и – векторы. От произвольной точки А отложим вектор , затем от точки В отложим вектор и от точки С отложим вектор . В результате получится вектор .

**B** **C**

**A D**

Аналогично строят сумму четырех, пяти и любого числа векторов.

Такое правило построения суммы нескольких векторов называется **правилом многоугольника**.

1. **Определение вычитания векторов.**

* **Разностью векторов и**  называется такой вектор, сумма которого с вектором равна вектору . Обозначают − .

**B** **A**

−

**O**

1. **Определение вектора, противоположного данному.**

* Пусть – произвольный ненулевой вектор.

**Вектор** **1** называется **противоположным вектору** , если векторы и 1 имеют равные длины и противоположно направлены. Обозначается .

* Вектором, противоположным нулевому вектору, считается нулевой вектор.
* **+ (−)=0.**

1. **Теорема о разности двух векторов.**

* Для любых векторов и справедливо равенство  **− .**

1. **Определение произведения вектора на число.**

* **Произведением ненулевого вектора на число**  называется такой вектор , длина которого равна , причем векторы и **сонаправлены при**  и **противоположно направлены при** .
* Произведением нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор.
* Произведение любого вектора на число нуль есть нулевой вектор. **.**
* Для любого числа *k* и любого вектора векторы и *k* коллинеарны.

1. **Свойства умножения вектора на число.**

* Для любых чисел *k*, *l* и любых векторов , справедливы равенства:

**1°. (сочетательный закон).**

**2°. (первый распределительный закон).**

**3°. (второй распределительный закон).**

1. **Применение векторов к решению задач.**

* Если точка *С* – середина отрезка *АВ*, а *О* – произвольная точка плоскости, то . О

А С В

* Прямая, проведенная через середины оснований трапеции, проходит через точку пересечения продолжений боковых сторон.

О

В М С

А N D

1. **Определение средней линии трапеции.**

* **Средней линией трапеции** называется отрезок, соединяющий середины ее боковых сторон.

1. **Теорема о средней линии трапеции.**

* Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

Т.е. если MN – средняя линия трапеции ABCD, то MN‖AD и .

B C

M N

A D

1. **Лемма о коллинеарных векторах.**

* Если векторы и коллинеарны и , то существует такое число *k*, что .

1. **Определение вектора разложенного по векторам.**

* Пусть и – два данных вектора.

Если вектор представлен в виде , где *x* и *y* – некоторые числа, то говорят, что **вектор разложен по векторам и .**

Числа *x* и *y* называются **коэффициентами разложения**.

1. **Теорема о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам.**

* На плоскости любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.

1. **Определение координатных векторов.**

* Понятие **прямоугольной системы координат** известно из алгебры.

Для задания прямоугольной системы координат нужно провести две взаимно перпендикулярные прямые, на каждой из них выбрать направление и единицу измерения отрезков.

Отложим от начала координат *О* единичные векторы и так, чтобы направление вектора совпало с направлением оси *Ox*, а направление вектора – с направлением оси *Oy*.

Векторы и называются **координатными векторами**.

1. **Определение координат вектора.**

* Координатные векторы не коллинеарны, поэтому любой вектор можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде , причем коэффициенты разложения (числа *x* и *y*) определяются единственным образом.
* Коэффициенты разложения вектора по координатным векторам называются **координатами вектора в данной системе координат**. Обозначают .
* Координаты нулевого вектора равны нулю .
* Координаты равных векторов соответственно равны. Т. е. если векторы и равны, то и .

1. **Правила, позволяющие по координатам векторов находить координаты их суммы, разности и произведения вектора на число.**

**1°.** Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.

Т.е. и – векторы. Т.к. и получим .

**2°**. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов.

Т.е. и – векторы. Т.к. и получим .

**3°.** Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число.

Т.е. – данный вектор. *k* – произвольное число. Т.к. получим . Следовательно .

**26. Определение радиус-вектора.**

* – произвольная точка на прямоугольной системе координат.

Вектор называется **радиус-вектором точки *М***.

*y*

M2 ***M(x;y)***

O M1  *x*

* **Координаты точки *М* равны соответствующим координатам ее радиус-вектора. *M(x;y)* и** .

Т.к. , след-но .

1. **Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца.**

* **Каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его начала и конца. .**

Пусть – данный вектор. – начало вектора и – конец вектора. Т.к. , а и – радиус-векторы точек *В* и *А*, значит , . След-но .

*y*

О  *x*

1. **Определение метода координат.**

* Изучение свойств геометрических фигур с использованием методов алгебры называется **методом координат.**

1. **Простейшие задачи в координатах.**

* **Координаты середины отрезка.**

Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.

Пусть ***С(x,y)*** – середина отрезка *АВ*. , – концы отрезка *АВ*, тогда **.**

* **Вычисление длины вектора по его координатам.**

Длина вектора вычисляется по формуле .

* **Расстояние между двумя точками.**

Расстояние между точками выражается формулой **.**

Пусть и - некоторые точки. *d* – расстояние между точками и , тогда **.**

1. **Определение уравнения линии на плоскости.**

* Пусть на плоскости задана прямоугольная система координат *Oxy* и дана некоторая линия *L*. Уравнение с двумя переменными *x* и *y* называется **уравнением линии *L***, если этому уравнению удовлетворяют координаты любой точки линии *L* и не удовлетворяют координаты никакой точки, не лежащей на этой линии.

*x*

L

O *y*

1. **Уравнение окружности.**

* В прямоугольной системе координат **уравнение окружности** радиуса *r* с центром в точке имеет вид: **.**
* Уравнение окружности радиуса *r* с центром в начале координат имеет вид **.**

1. **Уравнение прямой.**

* Уравнение прямой в прямоугольной системе координат является уравнением первой степени . Если в этом уравнении, то его можно записать так **,** где  **.**

Число ***k*** называется **угловым коэффициентом прямой**.

1. **Свойства углового коэффициента.**

* Две параллельные прямые, не параллельные оси *Oy*, имеют одинаковые угловые коэффициенты;
* Если две прямые имеют одинаковые угловые коэффициенты, то эти прямые параллельны.

1. **Определение концентрических окружностей.**

* Если центры окружностей совпадают, т. е. *d=0*, (*d* - расстояние между центрами окружностей) то окружности называют **концентрическими**, и окружность радиуса *r* лежит внутри круга радиуса *R*.

1. **Взаимное расположение двух окружностей.**

* Пусть *r, R*– радиусы окружностей, причем *rR. d* - расстояние между центрами окружностей. Если *d0*, то возможны пять случаев взаимного расположения двух окружностей:

1. **, т. е.** . В этом случае говорят, **одна окружность лежит внутри другой.** Окружности **не имеют общих точек**.
2. **.** В этом случае говорят, что **одна окружность лежит вне другой**. Окружности **не имеют общих точек**.

1. **,** при этом **,** поскольку **.** В этом случае говорят, что **окружности касаются изнутри**.

Окружности имеют **одну общую точку**.

Уравнения первой и второй окружностей имеют вид

и .

Эта система имеет решение *x=R, y=0.*

1. **.** В этом случае говорят, что **окружности касаются извне**.

Окружности имеют **одну общую точку**.

Уравнения первой и второй окружностей имеют вид

и .

Эта система имеет решение *x=R, y=0.*

1. **. Окружности пересекаются в двух точках.**

Уравнения первой и второй окружностей имеют вид

и .

Эта система имеет два решения:

и .

1. **Определение единичной полуокружности.**

* Введем прямоугольную систему координат *Oxy* и построим полуокружность радиуса 1 с центром в начале координат, расположенную в первом и втором квадрантах. Такую полуокружность называют **единичной полуокружностью**.

1. **Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов от 0° до 180°.**

*y*

*C(0;1)* *М(x;y)*

*B(-1;0)* O *D A(1;0)* *x*

Если угол острый, то из прямоугольного ∆DOM имеем .

Но *OM=1, MD=y, OD=x*, поэтому .

**Для любого угла из промежутка синусом угла называется ордината *y* точки *М*, а косинусом угла – абсцисса *x* точки *М*.**

Так как координаты *(x;y)* точек единичной полуокружности заключены в промежутках , то для люб. из промежутка справедливы неравенства .

0° соответствует луч *ОА*, т.к. *А(1;0)*, **то** .

90° соответствует луч *ОС*, т. к. *С(0;1),* то .

180° соответствует луч *ОВ*, т. к. *В(-1;0),* то .

**Тангенсом угла**  () называется отношение , т.е. **.**

***tg0°=0, tg180°=0***, при tg не определен, т.к. на нуль делить нельзя.

**Котангенсом угла**  () называется отношение , т.е. **.**

***ctg90°=0*,** при и ctg не определен, т.к. на нуль делить нельзя.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | ***0°*** | ***90°*** | ***180°*** |
|  | 0 | 1 | 0 |
|  | 1 | 0 | -1 |
| ***tg*** | 0 | - | 0 |
| ***ctg*** | - | 0 | - |

1. **Основное тригонометрическое тождество.**

* Единичная полуокружность является дугой окружности, уравнение которой имеет вид . Подставив в это уравнение , получим равенство , которое выполняется для любого из промежутка .

1. **Формулы приведения.**

* **при**
* **при**
* **при**
* **при**

1. **Формулы для вычисления координат точки.**

*y*

*A(x;y)*

*M(cosα;sinα)*

*O x*

Пусть *A(x;y)* – произв. точка, с неотриц. ординатой *y*, на сис. координат *Oxy*. Выразим координаты точки *А* через длину отрезка *ОА* и угол α. Точка *M(cosα;sinα)* – точка пересечения луча *ОА* с единич. полуокружностью. Вектор имеет те же координаты, что и точка *М*, т.е. . Вектор имеет те же координаты, что и точка *A* , т.е. . Так как , то .

1. **Теорема о площади треугольника.**

* Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними. **.**

1. **Теорема синусов.**

* Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов. .

*Замечание:****,*** где ***R*** – радиус описанной окружности.

1. **Теорема косинусов (обобщенная теорема Пифагора).**

* Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон, умноженное на косинус угла между ними. .

1. **Понятие решение треугольника.**

* **Решением треугольника** называется нахождение всех его шести элементов (т.е. трех сторон и трех углов) по каким-нибудь трем элементам, определяющим треугольник.

1. **Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними.**

* **Дано**: *a, b, ∠C*. Найти *c, ∠A, ∠B*.

**Решение:** 1. По теореме косинусов находим *с*. . 2. Пользуясь теоремой косинусов находим . Угол *А* находим с помощью таблицы или микрокалькулятора. 3. .

1. **Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам.**

* **Дано:** *a, ∠B, ∠C*. Найти *∠A, b, c*.
* **Решение:** 1. . 2. С помощью теоремы синусов вычисляем *b* и *c*: **.**

1. **Решение треугольника по трем сторонам.**

* **Дано:** *a, b* и *c*. Найти: *∠A, ∠B* и *∠C*.

**Решение:** 1. По теореме косинусов получаем: . Угол *A* находим с помощью таблицы или микрокалькулятора. 2. Аналогично находим угол *B*. . 3. .

1. **Измерение высоты предмета.**

1)Требуется найти высоту *АН* какого-то предмета. Для этого отметим точку *В* на определенном расстоянии *а* от основания *Н* предмета и измерим угол *АВН*: *∠АВН=*. По этим данным из прямоугольного треугольника *АНВ* находим высоту предмета ***AH=a·tg.***

2)Если основание предмета недоступно: на прямой, проходящей через основание *Н* предмета, отметим две точки *В* и *С* на определенном расстоянии *а* друг от друга и измерим углы *АВН* и *АСВ*: *∠АВН =* и *∠АСВ=*. Эти данные позволяют определить все элементы *∆АВС*, в частности *АВ.* Итак, *∠АВН* – внешний угол *∆АВС,* поэтому *∠А=*. По теореме синусов, находим *АВ*: . Из прямоуг. *∆АВН* находим высоту *АН* предмета: . Итак, . А

Н *а* В С

1. **Измерение расстояния до недоступной точки.**

Требуется найти расстояние *d* от пункта *А* до недоступного пункта *С*. Выберем точку *В* и измерим длину *с* отрезка *АВ*. Измерим, с помощью астролябии, углы *А* и *В*. *∠А=* и *∠В=*. Эти данные позволяют решить *∆АВС* и найти искомое расстояние *d*=*АС*. Итак, , . По теореме синусов находим *d*. Так как , то .

С

*d*

А *c* В

1. **Угол между векторами.**

* Пусть и – два данных вектора. Отложим от произвольной точки *O* векторы и . Если векторы и не являются сонаправленными, то лучи *OA* и *OB* образуют *∠AOB*. Градусную меру этого угла обозначим буквой и будем говорить, что **угол между векторами и равен** . Обозначается .

B

A

O

* Если векторы и сонаправлены, в частности один из них или оба нулевые, то угол между векторами и равен 0°.

1. **Определение перпендикулярных векторов.**

* **Два вектора** называются **перпендикулярными**, если угол между ними равен 90°. Обозначают ⊥ .

1. **Скалярное произведение векторов.**

* **Скалярным произведением двух векторов** называется произведение их длин на косинус угла между ними. Обозначается или .
* **Скалярное произведение ненулевых векторов и равно нулю** тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны. Т. е. , когда =0 след-но, , поэтому и перпендикулярны.
* **Скалярное произведение ненулевых векторов и положительно** тогда и только тогда, когда .
* **Скалярное произведение ненулевых векторов и**  **отрицательно** тогда и только тогда, когда .

1. **Определение скалярного квадрата.**

* Скалярное произведение называется **скалярным квадратом вектора** . Обозначают 2.
* Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины. .

1. **Скалярное произведение двух векторов в координатах.**

* В прямоугольной системе координат скалярное произведение векторов и выражается формулой **.**

*Следствие 1:* Ненулевые векторы и перпендикулярны тогда и только тогда, когда .

*Следствие 2:* Косинус угла между ненулевыми векторами и выражается формулой .

1. **Свойства скалярного произведения векторов.**

* Для любых векторов и любого числа *k* справедливы соотношения:

**1°. , причем при .**

**2°. (переместительный закон).**

**3°. (распределительный закон).**

**4°. (сочетательный закон).**

1. **Определение правильного многоугольника.**

* **Правильным многоугольником** называется выпуклый многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.
* **Сумма всех углов правильного *n*-угольника** **равна .**
* **Формула для вычисления угла .** .

1. **Окружность, описанная около правильного многоугольника.**

* **Окружность** называется **описанной около многоугольника**, если все вершины многоугольника лежат на этой окружности.

1. **Теорема об окружности, описанной около правильного многоугольника.**

* Около любого правильного многоугольника можно описать окружность, и притом только одну.

1. **Окружность, вписанная в правильный многоугольник.**

* **Окружность** называется **вписанной в многоугольник**, если все стороны многоугольника касаются этой окружности.

1. **Теорема об окружности, вписанной в правильный многоугольник.**

* В любой правильный многоугольник можно вписать окружность, и притом только одну.

*Следствие 1:* Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается сторон многоугольника в их серединах.

*Следствие 2:* Центр окружности, описанной около правильного многоугольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же многоугольник. Эта точка называется **центром правильного многоугольника.**

1. **Формула для вычисления площади правильного многоугольника.**

* Пусть *S* – площадь правильного *n*-угольника,

*P* – периметр правильного *n*-угольника,

*r* – радиус вписанной окружности.

1. **Формула для вычисления стороны правильного многоугольника.**

Пусть – сторона правильного *n*-угольника,

*R* – радиус описанной окружности.

1. **Формула для вычисления радиуса вписанной окружности.**

Пусть *r* – радиус вписанной окружности,

*R* – радиус описанной окружности.

1. **Выражения для сторон правильного треугольника, квадрата и шестиугольника.**
2. **Значение длины окружности.**

* **Точное значение длины окружности** – это предел, к которому стремится периметр правильного вписанного в окружность многоугольника при неограниченном увеличении числа его сторон.

1. **Формула для вычисления длины окружности.**

* Отношение длины окружности к ее диаметру есть одно и то же число для всех окружностей. Это число принято обозначать греч. буквой π. , отсюда получаем формулу для вычисления длины окр-ти

.

1. **Формула для вычисления длины дуги окружности.**

* Длина *l* дуги окружности с градусной мерой выражается формулой:

.

1. **Формула для вычисления площади круга.**

* **Кругом** называется часть плоскости, ограниченная окружностью.

Площадь *S* круга радиуса *R* выражается формулой:

.

1. **Формула для вычисления площади кругового сектора.**

* **Круговым сектором** называется часть круга, ограниченная дугой и двумя радиусами, соединяющими концы дуги с центром круга.
* Дуга, которая ограничивает сектор, называется **дугой сектора**.
* Площадь *S* кругового сектора радиуса *R*, ограниченного дугой с градусной мерой выражается формулой:

.

1. **Формула для вычисления площади кругового сегмента.**

* **Круговым сегментом** называется часть круга, ограниченная дугой окружности и хордой, соединяющей концы этой дуги.
* Площадь *S* кругового сегмента выражается формулой:

,

где *R* – радиус круга, – угол сегмента, .

1. **Задача о квадратуре круга.**

* Построить при помощи циркуля и линейки квадрат, площадь которого равна площади данного круга.

В конце 19 века было доказано, что такое построение **невозможно**.

1. **Отображение плоскости на себя.**

* Когда каждой точке плоскости сопоставляется (ставится в соответствие) какая-то точка этой же плоскости, причем любая точка плоскости оказывается сопоставленной некоторой точке, говорят, что дано **отображение плоскости на себя**.
* Осевая симметрия представляет собой отображение плоскости на себя.
* Центральная симметрия плоскости представляет собой отображение плоскости на себя.

1. **Понятие движения.**

* **Осевая симметрия** обладает важным свойством – **это отображение плоскости на себя, которое сохраняет расстояние между точками**.

Любое отображение, обладающее этим свойством, называется **движением (или перемещением)**.

* **Движение плоскости** – это отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние.

**Центральная симметрия плоскости также является движением.**

1. **Теорема об отрезке при движении.**

* При движении отрезок отображается на отрезок.

*Следствие:* При движении треугольник отображается на равный ему треугольник.

1. **Понятие наложения.**

* **Наложение** – это отображение плоскости на себя, которое обладает свойствами, выраженными в аксиомах.
* **Аксиомы о свойствах наложений**:

(**Понятие равенства фигур:** Если существует наложение, при котором фигура *Ф* отображается на фигуру *Ф1*, то говорят, что фигуру *Ф* можно совместить наложением с фигурой *Ф1*, или фигура *Ф* равна фигуре *Ф1*).

**1°.**Если при наложении совмещаются концы двух отрезков, то совмещаются и сами отрезки.

**2°.**На любом луче от его начала можно отложить отрезок, равный данному, и притом только один.

**3°.**От любого луча в данную полуплоскость можно отложить угол, равный данному неразвернутому углу, и притом только один.

**4°.**Любой угол *hk* можно совместить наложением с равным ему углом *h1k1* двумя способами: 1) так, что луч *h* совместится с лучом *h1*, а луч *k* – с лучом *k1*; 2) так, что луч *h* совместится с лучом *k1*, а луч *k* – с лучом *h1.*

**5°.**Любая фигура равна самой себе.

**6°.**Если фигура *Ф* равна фигуре *Ф1*, то фигура *Ф1* равна фигуре *Ф*.

**7°.** Если фигура *Ф1* равна фигуре *Ф2*, а фигура *Ф2* равна фигуре *Ф3*, то фигура *Ф1* равна фигуре *Ф3*.

* При наложении различные точки отображаются в различные точки.
* Любое наложение является движением плоскости.
* Любое движение является наложением.
* При движении любая фигура отображается на равную ей фигуру.

1. **Понятие параллельного переноса.**

* Пусть – данный вектор.

**Параллельным переносом на вектор**  называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка *М* отображается в такую точку *М1*, что вектор равен вектору . М1

* **Параллельный перенос является движением**.

М

1. **Понятие поворота.**

* Пусть *О* – точка плоскости (центр поворота). Зададим угол α (угол поворота).

**Поворотом плоскости вокруг точки *О* на угол α** называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка *М* отображается в такую точку *М1*, что *ОМ=ОМ1* и *∠МОМ1* равен α.

При этом точка *О* остается на месте, т. е. отображается сама в себя, а все остальные точки поворачиваются вокруг точки *О* в одном и том же направлении – по часовой стрелке или против часовой стрелки.

М1 М

α

О

* **Поворот является движением.**

1. **Некоторые определения предмета стереометрии.**

* **Стереометрия** – раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве.

В стереометрии рассматриваются геометрические тела и их поверхности.

* **Геометрическое тело** – часть пространства, отделенная от остальной части пространства поверхностью – **границей** этого тела.
* Плоскость, по обе стороны от которой имеются точки данного тела, называется **секущей плоскостью** этого тела.
* Фигура, которая образуется при пересечении тела с секущей плоскостью, называется **сечением тела**.

**Некоторые геометрические тела**:

Куб Цилиндр Конус Шар Пирамида

1. **Определение многогранника.**

* **Многогранник** – это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело. Например: **прямоугольный параллелепипед, куб, тетраэдр, октаэдр**.
* Многоугольники, из которых составлен многогранник, называются его **гранями**. Никакие две соседние грани не лежат в одной плоскости.
* Стороны граней называются – **ребрами**, а концы ребер – **вершинами многогранника**.
* Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется **диагональю многогранника**.
* Многогранники бывают выпуклыми и невыпуклыми.

**Выпуклый многогранник** расположен по одну сторону от плоскости каждой своей грани.

**Невыпуклый многогранник** расположен по разные стороны от плоскости каждой своей грани.

1. **Определение призмы.**

* ***N* – угольной призмой** называется многогранник , составленный из двух равных *n* – угольников и – **оснований призмы** и *n* параллелограммов , …, – **боковых граней призмы**. Bn B5

B1 B4

B2 B3

А1 Аn A4

А2 А3

1. **Понятие перпендикулярности прямой и плоскости.**

* **Прямая *а***, пересекающая плоскость α в некоторой точке *Н*, называется **перпендикулярной к этой плоскости**, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в плоскости α и проходящей через точку *Н*. Обозначается а⊥α.

1. **Определение прямой, наклонной и правильной призмы.**

* Если все боковые ребра призмы перпендикулярны к плоскостям ее оснований, то призма называется **прямой**.
* В противном случае призма называется **наклонной**.
* Прямая призма, основаниями которой являются правильные многоугольники, называется **правильной**.
* Прямая перпендикулярная плоскостям оснований призмы называется **высотой призмы**.

1. **Определение параллелепипеда.**

* Четырехугольная призма, основаниями которой являются параллелограммы, называется **параллелепипедом**. Все шесть граней параллелепипеда – параллелограммы.

1. **Определение прямого параллелепипеда.**

* Параллелепипед называется **прямым**, если его боковые ребра перпендикулярны к плоскостям оснований. Боковые грани прямого параллелепипеда – прямоугольники.

1. **Определение прямоугольного параллелепипеда.**

* Если основания прямого параллелепипеда прямоугольники, то этот параллелепипед называется **прямоугольным**.

1. **Свойства диагоналей параллелепипеда.**

* Четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.

1. **Понятие объема тела.**

* За единицу измерения объема принимается куб, ребро которого равно единице измерения отрезков. Обозначается буквой *V.*

Куб с ребром 1 см. называется **кубическим сантиметром**. Обозн.: 1 см3.

Куб с ребром 1 м. называется **кубическим метром**. Обозн.: 1 м3.

Куб с ребром 1 мм. называется **кубическим миллиметром**. Обозн: 1 мм3.

1. **Основные свойства объемов.**

1°. Равные тела имеют равные объемы.

2°. Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.

1. **Принцип Кавальери.**

* Рассмотрим два тела, заключенные между двумя параллельными плоскостями α1 и α2. Любая плоскость, расположенная между плоскостями α1 и α2 и параллельная им, пересекает оба тела так, что площадь сечения первого тела в *k* раз больше площади сечения второго тела, , число *k* одно и то же для любой такой секущей плоскости. По принципу Кавальери: **объем первого тела в *k* раз больше объема второго тела, .**

α1

S1 S2

α2

1. **Свойства прямоугольного параллелепипеда.**

* Длину, ширину и высоту прямоугольного параллелепипеда называют **измерениями прямоугольного параллелепипеда.**

Пусть*a, b, c* – измерения прямоугольного параллелепипеда.

1°. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений. .

2°. Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений. .

3°. Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту. .

1. **Формула объема призмы.**

* Объем призмы равен произведению площади основания на высоту.

.

1. **Определение пирамиды.**

* Рассмотрим многоугольник и точку *Р*, не лежащую в плоскости этого многоугольника. Соединив точку *Р* отрезками с вершинами многоугольника, получим *n* треугольников . Многогранник, составленный из *n-*угольника и этих треугольников, называется **пирамидой**.

P

An A4

A1 A3

A2

Многоугольник называется **основанием пирамиды**, а треугольники - **боковыми гранями пирамиды**.

Точка *Р* называется **вершиной пирамиды**, а отрезки – **боковыми ребрами**.

* Треугольную пирамиду называют **тетраэдром**.
* Отрезок, соединяющий вершину пирамиды с плоскостью ее основания и перпендикулярный к этой плоскости, называется **высотой пирамиды**.

1. **Определение правильной пирамиды.**

* Пирамида называется **правильной**, если ее основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой.

1. **Определение апофемы пирамиды.**

* Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется **апофемой**.
* Все апофемы правильной пирамиды равны друг другу.

1. **Формула объема пирамиды.**

* Объем пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту. .

1. **Определение цилиндра.**

* Возьмем прямоугольник *ABCD* и будем вращать его вокруг одной из сторон, например вокруг стороны *АВ*. В результате получится тело, которое называется **цилиндром**.

Прямая *АВ* называется **осью цилиндра**, а отрезок *АВ* – его **высотой**.

При вращении сторон *AD* и *BC* образуются два равных круга – они называются **основаниями цилиндра,** а их радиус называется **радиусом цилиндра**.

При вращении стороны *CD* образуется поверхность, состоящая из отрезков, параллельных оси цилиндра. Ее называют **цилиндрической поверхностью** или **боковой поверхностью цилиндра**, а отрезки, из которых она составлена – **образующими цилиндра**.

* **Цилиндр** – это тело, ограниченное двумя равными кругами и цилиндрической поверхностью.

B C

A D

1. **Формула объема цилиндра.**

* Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

.

1. **Формула площади боковой поверхности цилиндра.**

* Площадь боковой поверхности цилиндра равна площади ее развертки.

.

1. **Определение конуса.**

* Возьмем прямоугольный треугольник *АВС* и будем вращать его вокруг катета *АВ*. В результате получится тело, которое называется **конусом**.

Прямая *АВ* называется **осью конуса**, а отрезок *АВ* – его **высотой**.

При вращении катета *ВС* образуется круг, он называется **основанием конуса**.

При вращении гипотенузы *АС* образуется поверхность, состоящая из отрезков с общим концом *А*. Ее называют **конической поверхностью** или **боковой поверхностью конуса**, а отрезки, из которых она составлена – **образующими конуса**.

* **Конус** – это тело, ограниченное кругом и конической поверхностью.

А

В С

1. **Формула объема конуса.**

* Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту. .

1. **Формула площади боковой поверхности конуса.**

* Площадь боковой поверхности конуса равна площади ее развертки.

или ,

где – градусная мера дуги сектора, *l* – образующая, *r* – радиус основания.

1. **Определение сферы.**

* **Сферой** называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.

Данная точка называется **центром сферы**, а данное расстояние **– радиус сферы.**

Сфера образуется в результате вращения полуокружности.

* Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через ее центр, называется **диаметром сферы**. .

1. **Определение шара.**

* Тело, ограниченное сферой. называется **шаром**.
* Центр, радиус и диаметр сферы называются также центром, радиусом и диаметром шара.

Шар образуется вращением полукруга вокруг его диаметра.

Шар радиуса *R* с центром *О* содержит все точки пространства, расположенные от точки *О* на расстоянии, не превышающем *R*, и не содержит других точек.

O R

1. **Формула объема шара.**

* Объем шара радиуса *R* равен .

1. **Формула площади сферы.**

* Площадь сферы радиуса *R* вычисляется по формуле .